


ENSAIOS DE EXTRUSÃO DE BARRAS ENTRE  
MATRIZES DE PERFIL SIGMOIDAL

Francisco Luiz Danna

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Presidente

  
\_\_\_\_\_  
Presidente

  
\_\_\_\_\_  
Presidente

RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
MAIO DE 1973

A meus pais  
A minha mulher e  
A meu filho

## A G R A D E C I M E N T O S

O autor agradece aos que direta e indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho e particularmente,

Ao Dr. Guilherme de La Penha, professor titular da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, pela eficiente orientação,

Ao Dr. Arthur P. Ripper Neto, professor adjunto da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, pela atenção e incentivo,

Ao colega de trabalho, professor Dr. Antonio Luiz Adami, da Universidade de Brasília, pelas valiosas críticas e sugestões,

Ao técnico Getúlio Vias Montiel, da Universidade de Brasília pela dedicação, eficiência e zelo na confecção do instrumental necessário e na realização dos ensaios, e

Ao técnico Teobaldo Alves Santos, da Universidade de Brasília, pelo excelente trabalho fotográfico.

R E S U M O

Preliminarmente, foram realizados ensaios de compressão simples e plana do chumbo puro e chumbo comercial para a determinação das condições de isotropia e encruamento.

Em seguida, realizou-se ensaios de extrusão de barras entre matrizes de perfil sigmoidal para a condição de máxima redução, e entre matrizes de perfil reto com a mesma redução e comprimento axial.

Foram feitas, então, comparações entre os resultados obtidos com os preditos pela teoria do perfil sigmoidal, e entre os dois tipos de perfis ensaiados. Verificou-se também a influência do encruamento, atrito e granulometria no processo.

A B S T R A C T

Preliminarily, simple and plane-strain compression tests were made with pure and commercial lead in order to determine their isotropy and work-hardening conditions.

Strip-extrusion experiments were afterwards made with a sigmoidal die profile for the maximum reduction condition, and with a straight die profile with the same reduction and axial length.

The results were compared with those predicted by the sigmoidal profile theory and comparisons were made between the two types of profiles. The influences on the process of work-hardening, friction and granulometry were also verified.

I N D I C E

Agradecimentos. . . . .	ii
Resumo. . . . .	iii
Abstract. . . . .	iv
Indice. . . . .	v
 CAP. 1 - INTRODUÇÃO. . . . .	 1
 CAP. 2 - REVISÃO DA LITERATURA . . . . .	 3
 CAP. 3 - ENSAIOS PRELIMINARES. . . . .	 5
3.1 - Ensaios de Compressão Simples . . . . .	5
3.1.1 - Parte Experimental. . . . .	5
3.1.2 - Ensaios Complementares. . . . .	5
3.1.3 - Resultados e Conclusões . . . . .	6
3.2 - Ensaios de Compressão Plana . . . . .	9
3.2.1 - Generalidades . . . . .	9
3.2.2 - Parte Experimental. . . . .	10
3.2.3 - Resultados e Conclusões . . . . .	11
 CAP. 4 - ANÁLISE DO MÉTODO DE DEFORMAÇÃO PLANA . . . . .	 13
4.1 - Generalidades . . . . .	13
4.2 - Hipóteses Simplificativas . . . . .	13
4.3 - Procedimento na Solução de Problemas. . . . .	14
4.4 - Determinação do Perfil Sigmoidal. . . . .	16
 CAP. 5 - PARTE EXPERIMENTAL. . . . .	 21
5.1 - Generalidades . . . . .	21
5.2 - Instrumental Utilizado. . . . .	22
5.2.1 - Matrizes e Puncão . . . . .	22
5.2.2 - Dispositivos Complementares . . . . .	23
5.2.3 - Aparelhagem . . . . .	24
5.3 - Materiais Ensaados e Lubrificantes . . . . .	26
5.4 - Extrusão entre Matrizes de Perfil Sigmoidal e Reto. . . . .	27
 CAP. 6 - RESULTADOS. . . . .	 28

CAP. 7 - DISCUSSÕES. . . . .	32
7.1 - Preliminares. . . . .	32
7.2 - Influência do Tipo de Material (Encruamento). . . . .	32
7.3 - Influência do Atrito. . . . .	34
7.4 - Influência da Granulometria . . . . .	34
7.5 - Influência do Tipo da Matriz. . . . .	35
7.6 - Influência do Campo de Velocidade . . . . .	35
CAP. 8 - CONCLUSÕES. . . . .	37
Relação dos Símbolos Usados . . . . .	38
Referências Bibliográficas. . . . .	39
Apêndice 1. . . . .	41
Apêndice 2. . . . .	42

## CAP. 1 - INTRODUÇÃO

Entre os principais métodos de extrusão, ou sejam, extrusão direta e extrusão inversa, esquematizados na FIG. 1, trataremos aqui da extrusão direta. Este método consiste em fazer o material fluir através da matriz, fixa no porta-matriz, colocada na extremidade do guia lateral, pela ação do punção através do guia a partir da extremidade oposta<sup>1\*</sup>.

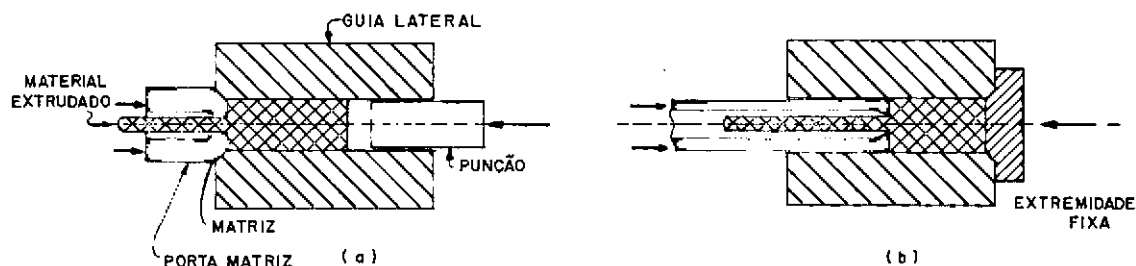


FIG. 1 a) EXTRUSÃO DIRETA

b) EXTRUSÃO INVERSA

A extrusão pode ser realizada a quente ou a frio. A distinção entre a deformação a frio e a quente não está somente na temperatura, mas na relação entre a temperatura do processo e a de recristalização. A deformação a quente é efetuada acima da temperatura de recristalização, enquanto que a deformação a frio é realizada abaixo.

As temperaturas de recristalização dos materiais utilizados nos ensaios de extrusão: chumbo puro e chumbo comercial, não são completamente conhecidas. Isto se deve ao fato de, além de haver escassa literatura, variam grandemente com a respectiva composição (pureza).

Conforme será exposto nas discussões, provavelmente ambos os regimes de trabalho se processaram na conformação realizada.

Sob condições de deformação plana<sup>2</sup>, os fatores acima assinalados são mais facilmente analisados<sup>3</sup>, uma vez que sob condições gerais pouco se estabeleceu sobre o assunto.

Dois métodos podem ser usados para testar se a solução teórica de um problema é correta ou não. Um é medir as cargas aplicadas e compará-las com as preditas pela teoria, o outro consiste em comparar os modos teórico e real de deformação. O trabalho em questão se baseou neste último método<sup>4</sup>.

Entre os formatos geométricos de perfil de matriz de extru-

\* - Números em expoente indicam referências bibliográficas.



são destacamos o reto e o sigmoidal, sendo este último o de máxima eficiência<sup>5</sup>.

Desse modo, o objetivo do presente trabalho se fundamenta em determinar a performance de uma matriz de perfil sigmoidal na extrusão de um material real, sob condições de deformação plana. Também procurou-se comparar a performance da matriz sigmoidal com uma matriz reta, tendo mesma redução e comprimento axial. Finalmente, verificou-se as influências que o encruamento, atrito e granulometria, para uma mesma velocidade de operação, teriam sobre o citado processo.

## CAP. 2 - REVISÃO DA LITERATURA

Nas soluções dos problemas das deformações plásticas em um plano, Hill<sup>6</sup> e Prager<sup>7</sup> desenvolveram as propriedades das linhas de deslizamentos por diferentes métodos, o primeiro analiticamente e o segundo por considerações geométricas, constituindo o primeiro método, juntamente com o estudo de Hill e Tupper<sup>8</sup>, a base para o estabelecimento do perfil sigmoidal<sup>5</sup>.

Estes pesquisadores determinaram as tensões e as deformações em barras rígidas perfeitamente plásticas, reduzidas em espessura pelo estiramento através de matrizes de lados retos perfeitamente lubrificadas. Eles mostraram que a eficiência de tais processos aumenta com o aumento da redução e o decréscimo do ângulo da matriz, aproximando a eficiência no limite como a de uma uniforme compressão. Eles também mostraram que a deformação no final da barra é não uniforme.

Richmond e Devenpeck<sup>5</sup> determinaram, então, um perfil de matriz ideal denominado sigmoidal, FIG. 2, o qual quando perfeitamente lubrificado reduz a espessura de uma barra rígida-perfeitamente plástica com a mesma eficiência que a de uma compressão uniforme, e também produz deformação uniforme no final da barra, sob condições de deformação plana. Eles determinaram as equações do citado perfil, o qual para uma matriz rígida com o mesmo trabalho total obtiveram a mesma uniformidade de deformação num estiramento "sem atrito" de uma barra ideal perfeitamente rígida-plástica como a obtida na compressão plana.

Com o objetivo de visualizar experimentalmente o modo de deformação de processos de conformação como a extrusão e estiramento, Alexander e Brewer<sup>9</sup>, e Barya, Parker e Flowett<sup>10</sup> desenvolveram métodos mecânicos e foto-gráficos de produção de reticulado de linhas, as quais foram utilizadas por Green<sup>11</sup>, que fez uso da plasticina, material similar ao rígido-plástico, na simulação de escoamento plástico, obtendo resultados bem próximos aos previstos pela teoria.

Finalmente, Richmond e Devenpeck<sup>12</sup> recentemente publicaram o resultado experimental concernente ao perfil sigmoidal. Entretanto, a verificação da performance da matriz sigmoidal feita no estiramento do alumínio 2S recozido apresentou resultados que contrastam a teoria. Resultado este que, segundo De La Penha<sup>4</sup>, é inválido, pelo fato do material usado não apresentar ponto de escoamento definido, em desacordo com o material idealizado pela teoria.

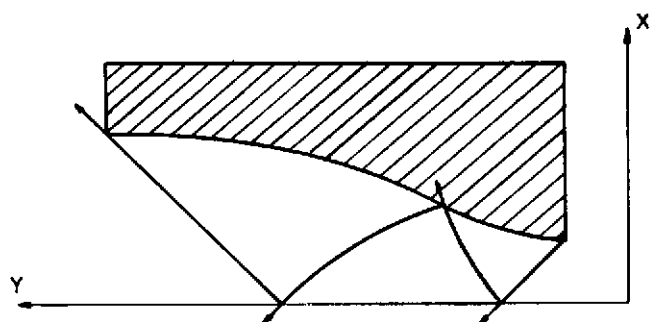


FIG. 2 - Matriz com perfil sigmoidal

## CAP. 3 - ENSAIOS PRELIMINARES

### 3.1 - Ensaios de Compressão Simples<sup>2</sup>

#### 3.1.1 - Parte Experimental

Estes ensaios foram realizados com o chumbo puro e o chumbo comercial originais, com composição dada no apêndice 1, conforme método de Johnson<sup>3</sup>, nas três direções ortogonais, com a mesma velocidade que a de extrusão, ou seja, 0,2 mm/seg.

Os pratos de compressão foram construídos de metal duro e retificados com rugosidade superficial entre 3 e 4 microns-metro.

A operação foi realizada na máquina de ensaios marca Losenhansen, modelo U.H. P-60, onde era feita a leitura da força de compressão (F) em escala de 3 toneladas com divisões de 5 em 5 kgf. As medidas das deformações ( $\Delta h$ ) foram feitas através de um relógio comparador magnético colocado no apoio móvel da máquina, com o respectivo apalpador tocando a parte fixa da mesma.

Os corpos de prova tinham originalmente 25,0 mm de diâmetro e 37,5 mm de altura, comprimento suficiente para evitar flambagem dos mesmos durante a compressão<sup>3</sup>. Foram usinados sulcos concêntricos nas extremidades dos espécimes para facilitar a retenção do lubrificante, conforme técnica de Loizou e Sims<sup>13</sup>, com profundidade de 0,2 mm e espaçados de 1,0 mm. Os sulcos tem efeito desprezível na altura durante a compressão.

O procedimento de cada ensaio foi primeiro lubrificar as extremidades do corpo de prova, preenchendo totalmente os sulcos com o lubrificante molykote em pó. Uma carga de 200 kgf foi, então, aplicada ao espécime com o objetivo de alinhá-lo entre os pratos, permitir o posicionamento correto e a calibração do relógio comparador. Leituras simultâneas da força (F) e deformações ( $\Delta h$ ) foram feitas após cada 0,5 mm de deformação.

O primeiro estágio de compressão continuou até que a altura do corpo de prova ficasse reduzida a 28,0 mm. O espécime foi, então, torneado ficando com 24,0 mm de diâmetro e 27,0 mm de altura, e comprimido até a altura de 17,0 mm. Novamente o mesmo foi torneado ficando com 20,0 mm de diâmetro e 16,6 mm de altura. Foi necessário a confecção de novos sulcos após cada estágio de compressão.

#### 3.1.2 - Ensaios Complementares

Estes ensaios foram feitos com os mesmos materiais e mesma

técnica descrita no item anterior, com a única alteração de os estágios de compressão serem realizados em função do tempo (horas) e não mais um em sequência ao outro.

### 3.1.3 - Resultados e Conclusões

Com base nos resultados obtidos foram calculadas as deformações reais ( $\delta$ ) e as tensões reais ( $\sigma'$ ), e levantadas as curvas tensão x deformação para os dois materiais em análise, representadas nas FIGs. 3, 4, 5, 6 e 7.

Além disso representou-se na FIG. 8 a curva tensão de escoamento x tempo do chumbo puro e chumbo comercial.

Analisando-se as FIGs. 3, 4 e 5 conclui-se que o chumbo puro é um material isotrópico, FIG. 4; que a não coincidência das curvas x, y e z, correspondentes ao primeiro estágio de compressão, FIG. 3, é devida a influência do tamanho do grão; que o chumbo comercial não é um material isotrópico, FIG. 5; e que o não paralelismo e não coincidência das x, y e z, correspondentes ao terceiro estágio de compressão, FIG. 5, evidencia a influência do tamanho do grão.

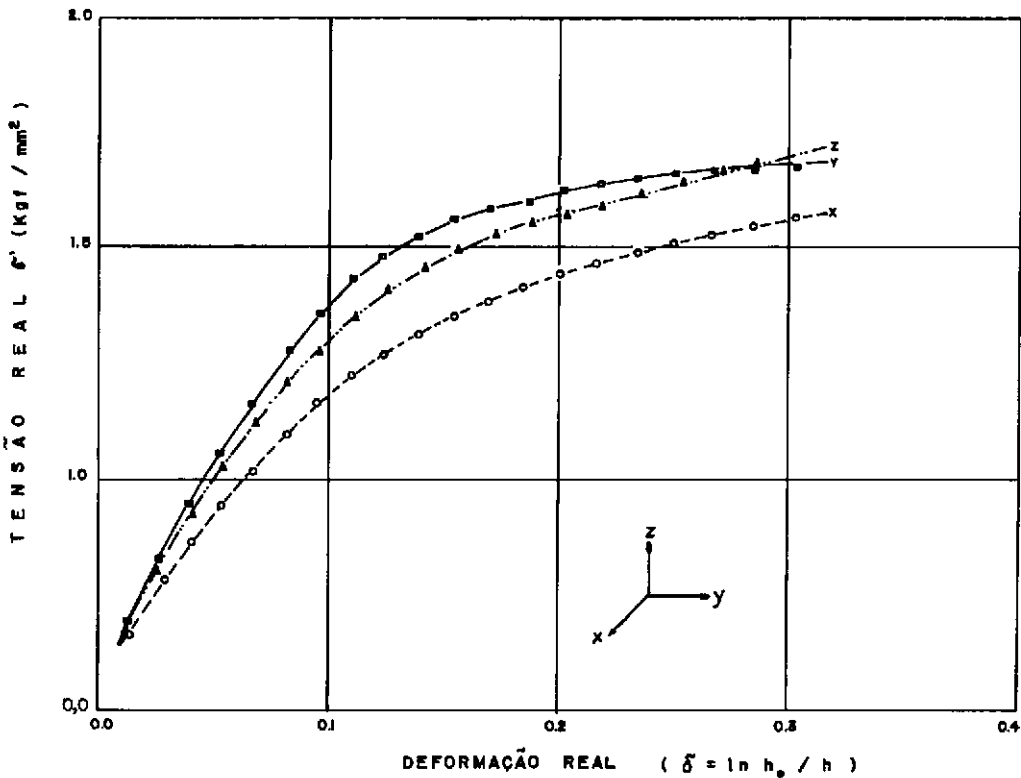


FIG. 3 - Curvas tensão-deformação em compressão simples do chumbo puro (parciais: 1º estágio de compressão)

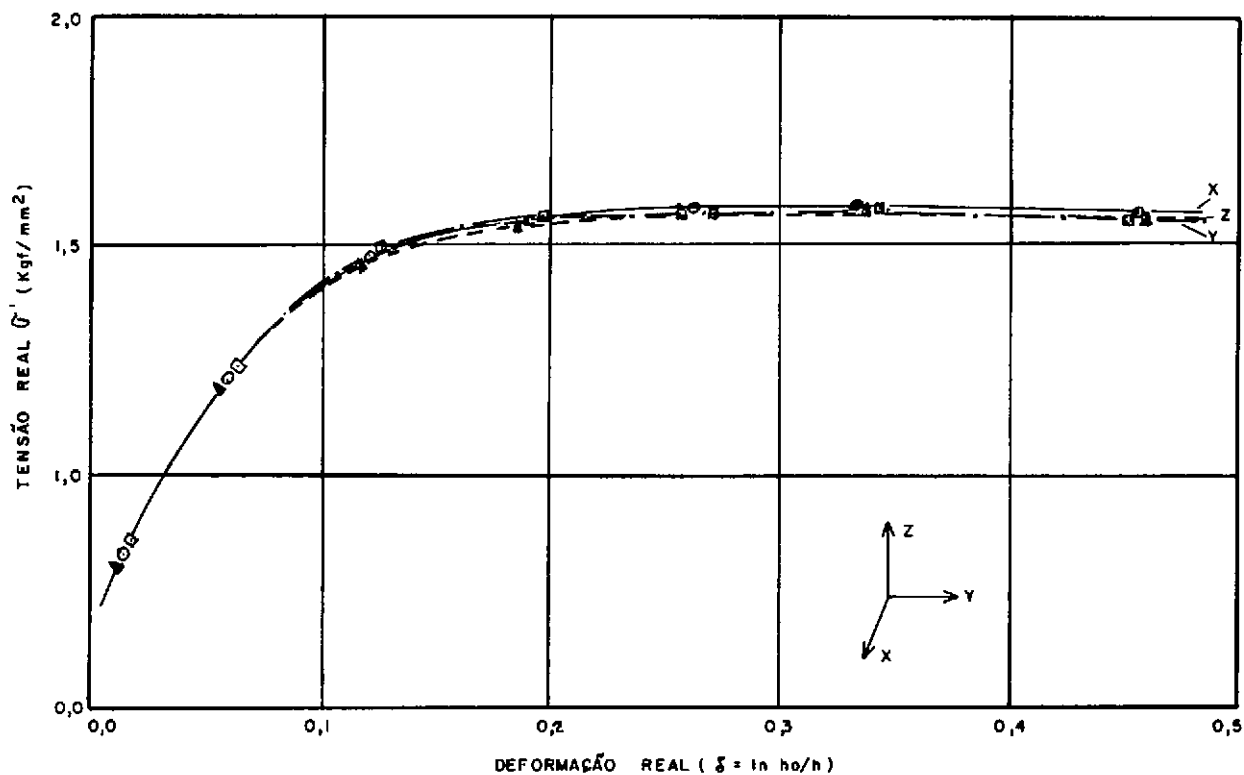


FIG. 4 - Curvas tensão-deformação em compressão simples do chumbo puro (parciais)

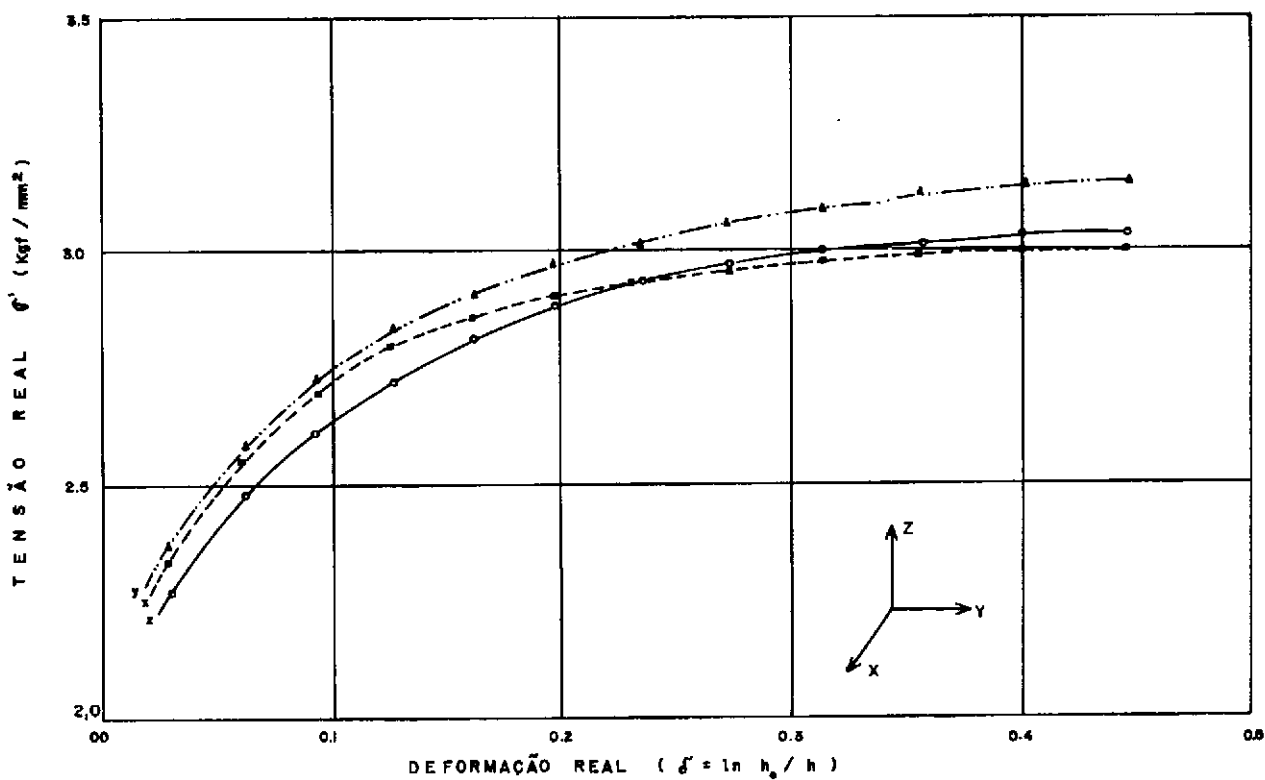


FIG. 5 - Curvas tensão-deformação em compressão simples do chumbo comercial (parciais)

Pela análise das FIGs. 6, 7 e 8 constata-se que o chumbo puro praticamente não sofre encruamento, FIGs. 6 e 8, coincidindo tais resultados aos obtidos por Johnson<sup>3</sup>; e que o chumbo comercial sofre encruamento, FIGs. 7 e 8.

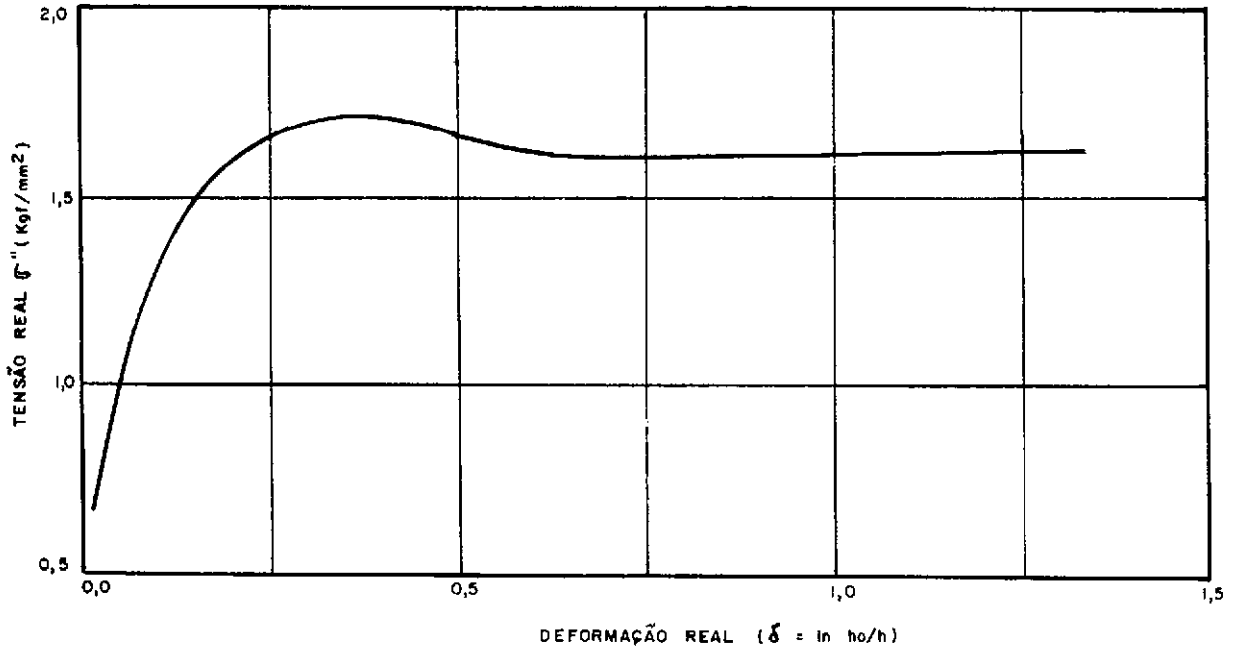


FIG. 6 - Curva de encruamento em compressão simples do chumbo puro

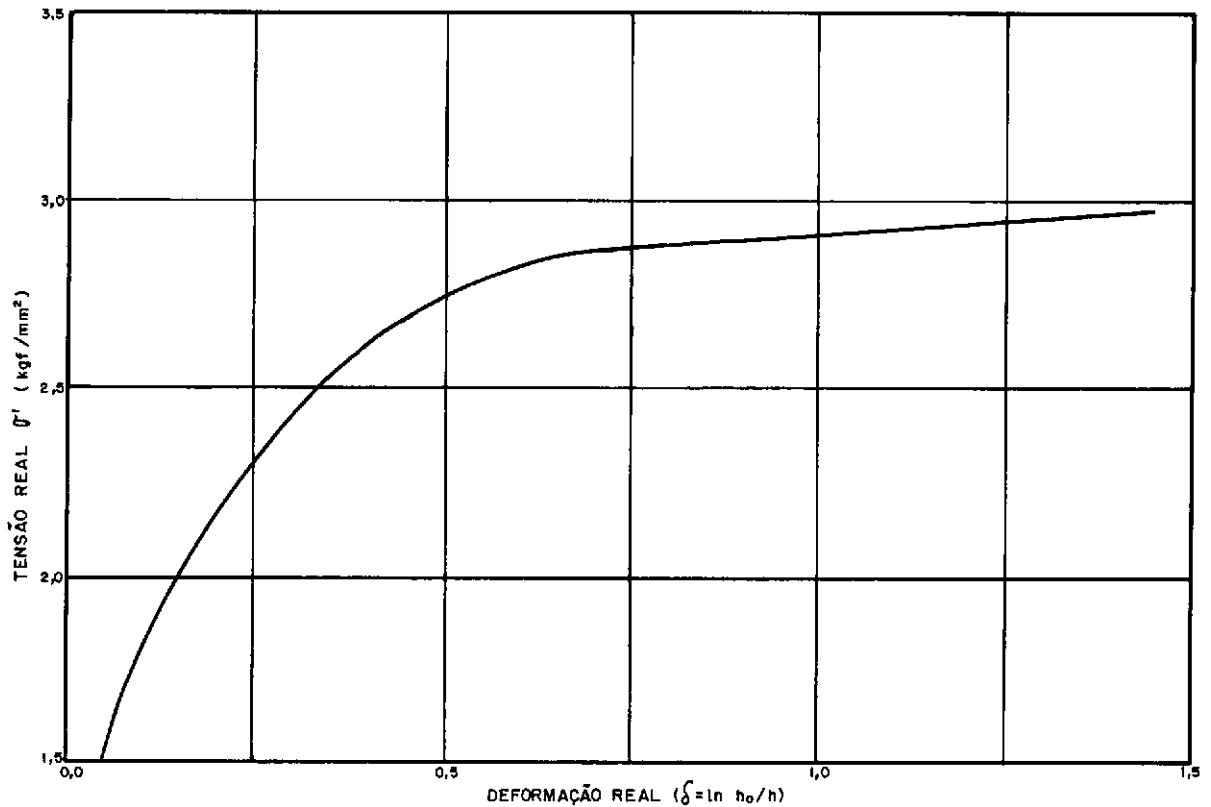


FIG. 7 - Curva de encruamento em compressão simples do chumbo comercial

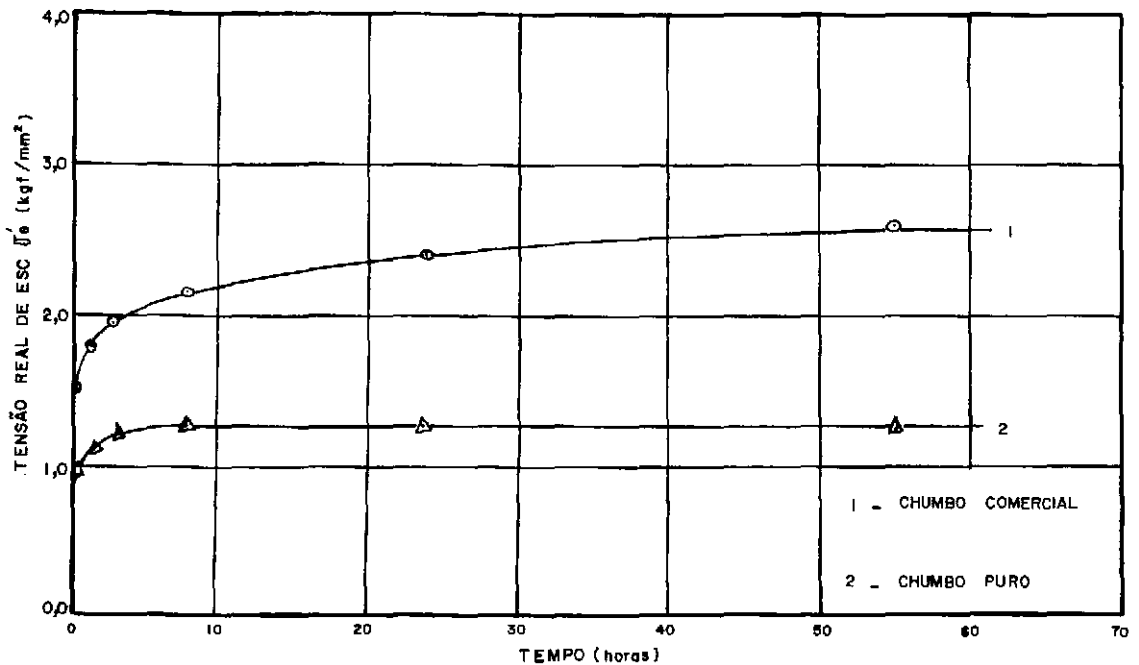


FIG. 8 - Curvas tensão de escoamento-tempo

### 3.2 - Ensaios de Compressão Plana

#### 3.2.1 - Generalidades

Estes ensaios constituem o método mais exato de obtenção da curva tensão x deformação em compressão, Johnson e Mellor<sup>2</sup>. Um esquema do método é mostrado na FIG. 9, onde a razão  $b'/h_0$  deve ser mantida entre 2 e 4, e  $w/b' > 6$ .

O processo de compressão considerado modifica a estrutura cristalina do material, FIGs. 10 e 11, melhorando as propriedades mecânicas conforme observado nos ensaios de extrusão.

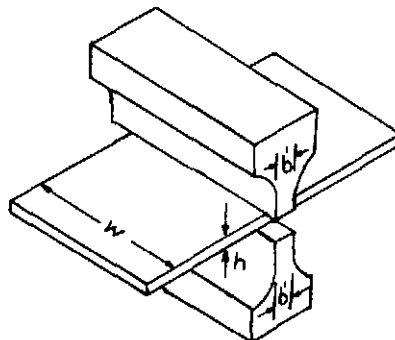


FIG. 9 - Esquema de compressão plana





FIG. 10 Chumbo puro antes da compressão  
(Tamanho médio do grão: 3,2 mm)

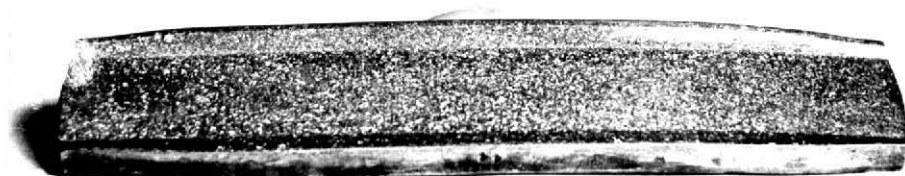


FIG. 11 Chumbo puro após a compressão  
(Tamanho médio do grão: 0,25 mm)

### 3.2.2 - Parte Experimental

Estes ensaios foram realizados com o chumbo puro e o chumbo comercial originais nas duas direções ortogonais  $x$  e  $y$  com a mesma velocidade que a de extrusão, ou seja, 0,2 mm/seg, Johnson e Mellor<sup>2</sup>.

Os punções foram construídos de metal duro (apêndice 1) e retificados com rugosidade superficial entre 2 e 3 microns-metro, com as mesmas dimensões na superfície de compressão, ou seja, 19,0 x 149,2 mm.

A operação foi realizada na mesma máquina de ensaios utilizada nos testes de compressão simples, utilizando-se, neste caso, as escalas de 12 e 30 toneladas, com divisões de 20 em 20 kgf e de 50 em 50 kgf respectivamente. Na medida das deformações utilizou-se o mesmo esquema empregado na compressão simples.

Os corpos de prova mediam 25,0 x 133,4 x 7,8 mm e 18,9 x

120,0 x 6,3 mm para os chumbos puro e comercial respectivamente. As relações de restrições obtidas foram  $b'/h = 3,0$ ,  $w/b' = 7,2$  para o chumbo puro, e  $b'/h = 3,2$ ,  $w/b' = 6,4$  para o chumbo comercial, as quais estão dentro do intervalo indicado para as melhores condições de compressão plana, Johnson e Mellor<sup>2</sup>. Foram confeccionados dois corpos de prova iguais para cada direção x e y.

O procedimento de cada ensaio foi primeiro lubrificar as superfícies de compressão do corpo de prova, com o lubrificante molvkote em pó. Uma carga de 200 kgf foi, então, aplicada ao espécime com o objetivo de alinhá-lo entre os punções, permitir o posicionamento correto e a calibração do relógio comparador. Leituras simultâneas da força (F) e deformações ( $\Delta h$ ) foram feitas para vários pontos até o escoamento ocorrer. Descarregou-se a máquina, fez-se nova lubrificação e o mesmo procedimento anterior foi realizado, repetindo-se tal processo em cinco estágios consecutivos.

### 3.2.3 - Resultados e Conclusões

Com os resultados obtidos foram calculadas as deformações reais ( $\delta$ ) e as tensões reais ( $\sigma'$ ), levantadas as curvas tensão x deformação para cada estágio e finalmente, com os respectivos pontos de escoamentos, levantada a curva de encruamento para os dois materiais em análise, constituindo cada curva o valor médio de dois corpos de prova testados nas duas direções ortogonais x e y. A representação de tais curvas estão indicadas nas FIGs. 12 e 13.

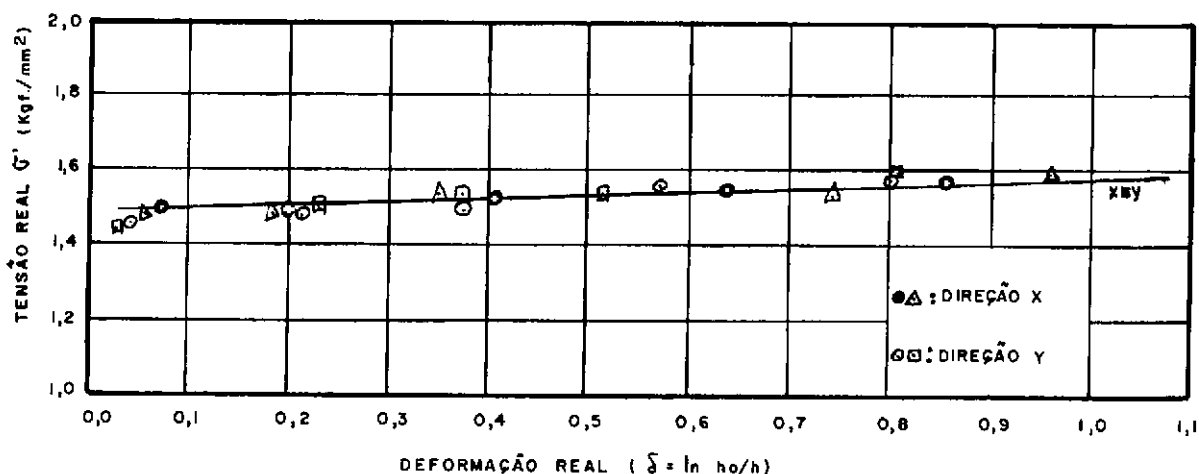


FIG. 12 - Curvas de encruamento em compressão plana do chumbo puro

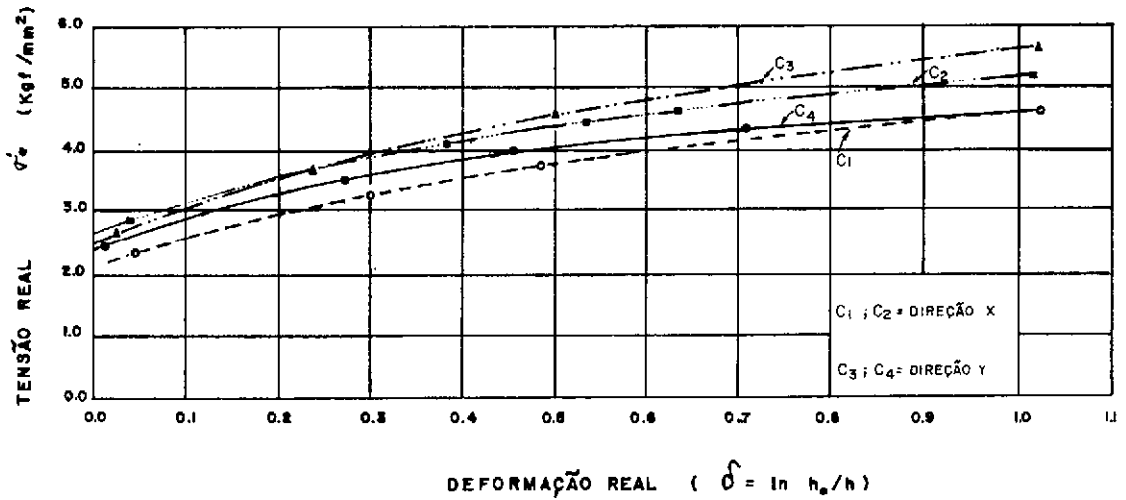


FIG. 13 - Curvas de encruamento em compressão plana do chumbo comercial

Analisando-se as FIGs. 12 e 13 conclui-se que o chumbo puro se comporta praticamente como um material rígido-plástico, apresentando, portanto, um encruamento desprezível, onde se evidencia, mais uma vez, a isotropia do mesmo pela coincidência das curvas x e y, FIG. 12; e que o chumbo comercial apresenta-se com um encruamento razoável, além de se verificar a influência do tamanho do grão e de suas impurezas no afastamento das curvas x e y, FIG. 13, evidenciando uma pequena anisotropia.

## CAP. 4 - ANÁLISE DO MÉTODO DE DEFORMAÇÃO PLANA

### 4.1 - Generalidades

Nos processos de conformação metálica, como a extrusão, trefilação, prensagem e laminação, onde o metal sofre continuamente uma grande deformação plástica a teoria da plasticidade tem sido aplicada com relativo sucesso.

No estado plano de deformação plástica o escoamento é suposto em qualquer região paralelo a um único plano, no caso o plano  $xy$ , e é independente da direção  $z$ , i. e., em qualquer plano  $z = z_1$  o modo de deformação é análogo ao que se processa no plano  $z = z_2$ , quaisquer que sejam  $z_1$  e  $z_2$ . Apesar de tal condição ser raramente observada em diversos processos tecnológicos, a discrepância observada é suficientemente pequena e conseqüentemente a técnica é largamente empregada.

Considerando, então, condições de deformação plana a forma das equações, para as correspondentes deformações plásticas, é tal que permite obter soluções de problemas neste campo pelo uso do método das características<sup>4</sup>. Estas curvas, denominadas linhas de deslizamento, possuem propriedades geométricas definidas associadas a cada tipo de problema. Em um particular problema a solução dependerá das condições de contorno impostas, e é obtida por métodos iterativos baseados nas propriedades das características, as quais foram estabelecidas por Hill<sup>6</sup> e Prager<sup>7</sup>.

Para o estabelecimento do modelo teórico de deformação são introduzidas certas hipóteses simplificativas pela adoção de uma particular idealização de material, que permitem soluções completas para tensões e velocidades em processos de deformação plástica, como extrusão, trefilação, laminação e prensagem, cuja análise por outros meios seria difícil de se estabelecer.

### 4.2 - Hipóteses Simplificativas

As equações são deduzidas considerando-se um material isotrópico rígido-perfeitamente plástico, restringindo a aplicação das mesmas aos processos de deformações plásticas onde as deformações elásticas são negligíveis em relação às plásticas, FIG. 14, como ocorre na extrusão em virtude das grandes deformações plásticas presente.

Na extrusão, embora seja razoável desprezar-se a parte elástica das deformações, o mesmo não acontece com o encruamento, pois para a gama

de deformações envolvidas, os materiais em geral apresentam encruamentos bastante significativos<sup>14</sup>.

Apesar do material rígido com encruamento, FIG.14, ser a idealização mais realista, não é o que apresenta maior interesse nos estudos de plasticidade.

Nos problemas relacionados aos processos de conformação o material rígido-perfeitamente plástico vem sendo adotado com sucesso e a concordância com os resultados experimentais geralmente é boa, desde que o valor da tensão de escoamento seja escolhido convenientemente. Este fato, segundo Malvern<sup>15</sup>, parece indicar que a característica de escoamento nos processos de conformação depende mais das condições de contorno do que, por exemplo, do encruamento do material.

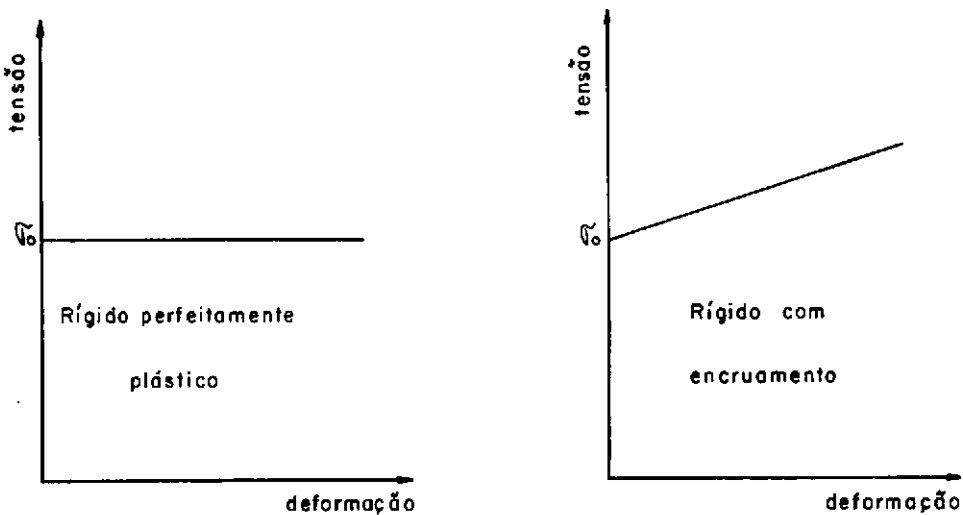


FIG.14 - Curvas tensão-deformação ideais para o comportamento plástico dos metais

#### 4.3 - Procedimento na Solução de Problemas

Geralmente, os estágios de solução dos problemas no estado plano de deformação plástica, De La Penha<sup>4</sup>, são:

- (i) Construção de um campo de linhas de deslizamento, ou malha, que satisfaça a todas as condições dadas de contorno para tensões, iniciando a partir de certas superfícies limítrofes do material e assumindo linhas de deslizamento separando as regiões plásticas e rígida (o material sofrendo deformações de ordem elástica, é suposto rígido para tal finalidade);

- (ii) Obtenção da distribuição de velocidades por meio das linhas de deslizamento e das condições de contorno impostas às velocidades e verificação do preenchimento das demais condições de contorno (suplementares);
- (iii) Verificação da positividade da razão de trabalho plástico em todos os pontos da região em estado de deformação;
- (iv) Asseguramento de que o critério de escoamento, na região suposta livre de deformação, não é violado;
- (v) Em alguns casos, é necessária, também, a verificação de que o critério de escoamento não é violado em pontos de singularidade de tensão, Hill<sup>16</sup>.

Se as quatro últimas condições não são inteiramente verificadas, o campo das linhas de deslizamento deve ser reconstruído, assumindo-se uma outra linha divisória das regiões plástica e rígida. A técnica das linhas de deslizamento é, então, essencialmente um processo de tentativas. As observações experimentais podem, portanto, sugerir um formato razoável para a delimitação das regiões plástica e elástica.

#### 4.4 - Determinação do Perfil Sigmoidal

O perfil sigmoidal estabelecido em 1962 por Richmond e Devenpeck<sup>5</sup>, em estudos feitos no processo de estiramento de barra sob condições de deformação plana, tem também aplicação no processo de extrusão de barra sob as mesmas condições de deformação plástica.

Assim assume-se um processo de extrusão sob condições de deformação plana, numa condição razoável quando a largura da barra, relativa a sua espessura, é grande.

Para tais condições, sabe-se que as equações de escoamento de um material rígido-perfeitamente plástico são hiperbólicas, e que as duas famílias das superfícies de máxima tensão de cisalhamento são características.

Segundo Hill<sup>6</sup>, estas duas famílias são denominadas linhas- $\alpha$  e linhas- $\beta$ , FIG.15, onde  $\alpha$ - $\beta$  constitui um sistema ortogonal de coordenadas contendo a direção da maior tensão principal no primeiro quadrante. As equações que devem ser satisfeitas sobre estas linhas são:

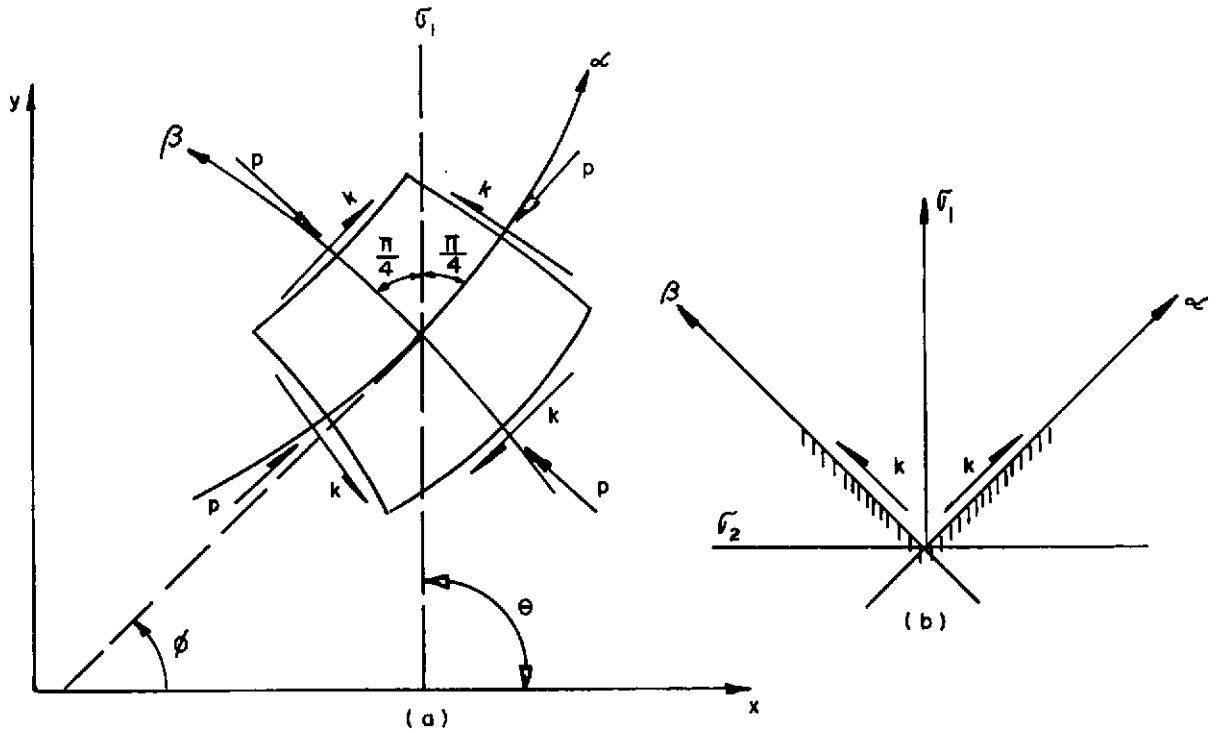


FIG. 15 - a) Elemento no estado plano de deformação plástica  
b) Definição das direções  $\alpha$  e  $\beta$

Linhas- $\alpha$ ,

$$dp + 2kd\phi = 0, \text{ e} \quad (1)$$

$$du - vd\phi = 0 \quad (2)$$

Linhas- $\beta$ ,

$$dp - 2kd\phi = 0, \text{ e} \quad (3)$$

$$dv + ud\phi = 0 \quad (4)$$

onde

$$p = (\text{pressão hidrostática}) = -\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right);$$

$$\phi = (\text{rotação angular de } \alpha \text{ desde } x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau_{xy}} \right);$$

$$k = (\text{tensão limite do material em cisalhamento puro});$$

$\sigma_x, \sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  = componentes do tensor de tensões num sistema de coordenadas cartesiano  $xy$  e

$u, v$  = componentes do vetor velocidade nas direcções  $\alpha$  e  $\beta$  respectivamente.

A determinação da matriz ideal (sigmoidal) é feita a partir das equações (1) a (4) para a condição especial  $u = v$ , ou seja, o vetor velocidade coincide em qualquer direcção com a direcção da maior tensão principal, Richmond e Devenpeck<sup>5</sup>.

Neste caso, a substituição imediata de tal condição nas equações (1) a (4) fornece

$$2k \ln u + p = C \quad (5)$$

onde

$C$  = constante em toda a região em estado de deformação plástica.

Quando tal tipo de solução é assumida para o problema de extrusão de chapas, FIG.16, ela satisfaz identicamente as condições de que  $AB$  é um eixo de simetria e que  $DF$  é uma superfície lisa rígida. Supondo que não há descontinuidade de velocidade, isto requer que  $\phi = 45^\circ$  e  $u = U_e/\sqrt{2}$  na linha de deslizamento  $BD$ , sendo  $U_e$  a velocidade de entrada da chapa, e que  $\phi = 45^\circ$  e  $u = U_e h_0/\sqrt{2} h$  na linha de saída,  $AF$ . Inexistindo compressão de retorno,  $p=k$  na linha  $BD$ .

Usando estas várias condições de contorno e a equação (5), obtém-se facilmente a compressão necessária para comprimir a chapa neste caso:

$$\sigma = k - p_0 = 2k \ln \frac{h_0}{h} \quad (6)$$

onde

$p_0$  = valor de  $p$  ao longo de  $AF$ .

Consequentemente, tendo em vista a equação (6), se uma matriz pode ser determinada de modo que  $u = v$  em toda a região de deformação, tal matriz possuirá uma eficiência de 100% com relação à compressão uniforme.

Embora o método das linhas de deslizamento seja essencialmen



te um processo de tentativas, no presente caso um método semi-inverso foi usado. A região plástica foi dividida em três campos e o estudo iniciado a partir da região central 1, conforme FIG. 16.

Usando coordenadas polares  $\rho$  e  $\theta$ , o campo 1 é assumido ser um campo de escoamento radial, Nadai<sup>17</sup>, em que  $u$ ,  $v$  e  $p$  são funções exclusivas de  $\rho$ , e  $\phi$  é apenas função de  $\theta$ . Usando as apropriadas condições de contorno, a solução deste campo é:

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\pi}{4} - \theta \\ p &= k \left( 1 - 2 \ln \frac{\rho_B}{\rho} \right) \\ u = v &= \frac{U_e}{\sqrt{2}} \frac{\rho_B}{\rho}\end{aligned}\quad (7)$$

As equações das linhas de deslizamento neste campo são:

$$\begin{aligned}\text{Linhas-}\alpha: \rho &= a e^{\theta} \\ \text{Linhas-}\beta: \rho &= b e^{-\theta}\end{aligned}\quad (8)$$

onde

$a, b$  = constantes sobre cada linha considerada individualmente.

Partindo deste campo, as construções dos campos 2 e 3 são relativamente simples e análogas. Ambos são constituídos de retas e respectivas involutas, obtém-se assim as soluções:

$$\begin{aligned}p &= k \left( 1 + \frac{\pi}{2} - 2\phi - 2 \ln \frac{\rho_B}{\rho_A} \right) \\ u=v &= \frac{U_e}{\sqrt{2}} \frac{\rho_B}{\rho_A} e^{\phi} - \frac{\pi}{4}\end{aligned}\quad \text{em 2} \quad (9)$$

e

$$\begin{aligned}p &= k \left( 1 - \frac{\pi}{2} + 2\phi \right) \\ u=v &= \frac{U_e}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{4} - \phi}\end{aligned}\quad \text{em 3} \quad (10)$$

onde

$$\rho_A = \frac{h}{\ln \frac{h_0}{h}} = \text{raio vetor do ponto A} \quad (11)$$

$$\rho_B = \frac{h_0}{\ln \frac{h_0}{h}} = \text{raio vetor do ponto B} \quad (12)$$

Como a matriz  $\tilde{E}$  suposta rígida, seu perfil  $\tilde{E}$  é uma linha de corrente, entretanto, num campo  $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ , a direção do vetor velocidade coincide com a direção de tensão principal máxima, por conseguinte, a equação das linhas de corrente  $\tilde{E}$  é fornecida por:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \phi \right) = \frac{\cos \theta d\rho - \rho \operatorname{sen} \theta d\theta}{\operatorname{sen} \theta d\rho + \rho \cos \theta d\theta} \quad (13)$$

Integrando esta equação nas regiões 1, 2 e 3 as seguintes soluções são obtidas, então, para as linhas de corrente da matriz sigmoidal:

$\theta = \text{constante em 1}$

$$\begin{aligned} \theta &= \operatorname{cotg}^{-1} \left[ 1 + \frac{\pi}{2} - 2(\bar{\theta} + \phi) \right] - \phi \\ \rho &= \frac{h e^{\pi/4 - \phi}}{\sqrt{2} \ln \frac{h_0}{h}} \left\{ \left[ 1 + \frac{\pi}{2} - 2(\bar{\theta} + \phi) \right]^2 + 1 \right\}^{1/2} \quad \text{em 2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left[ 1 - \frac{\pi}{2} + 2(\bar{\theta} + \phi) \right] - \phi$$

$$\rho = \frac{h_0 e^{\phi - \pi/4}}{\sqrt{2} \ln \frac{h_0}{h}} \left\{ \left[ 1 - \frac{\pi}{2} + 2(\bar{\theta} + \phi) \right]^2 + 1 \right\}^{1/2} \quad \text{em 3}$$

onde

$$\bar{\theta} = \theta_c = \frac{1}{2} \ln \frac{h_0}{h} = \text{argumento do ponto c.}$$

A definição da redução ( $r$ ) considerada  $\tilde{E}$  é dada por  $r = h_0 - h/h_0$ , portanto, a máxima redução conseguida com tal matriz corresponde ao valor máximo de  $\theta$  ( $= \frac{1}{2}$ ), consequentemente  $\frac{h_0}{h} = e$  (base neperiana) e  $r_{\max} = e - 1/e \cong 63\%$ .

Nas FIGs 16 e 17 são mostrados o perfil sigmoidal e a velocidade ao longo das linhas de corrente, calculados por De La Penha<sup>4</sup>, usando as equações (14) para a condição de máxima redução.

Vale ressaltar que qualquer linha de corrente tal como PQRS,

FIG.17, é um perfil permissível para uma matriz com a eficiência permanecendo ideal, conseqüentemente, especificada uma certa redução, um número infinito de soluções existe, conforme demonstração de De La Penha<sup>4</sup>.

Finalmente a demonstração de que a razão de trabalho plástica é positiva é devida a De La Penha<sup>4</sup>.

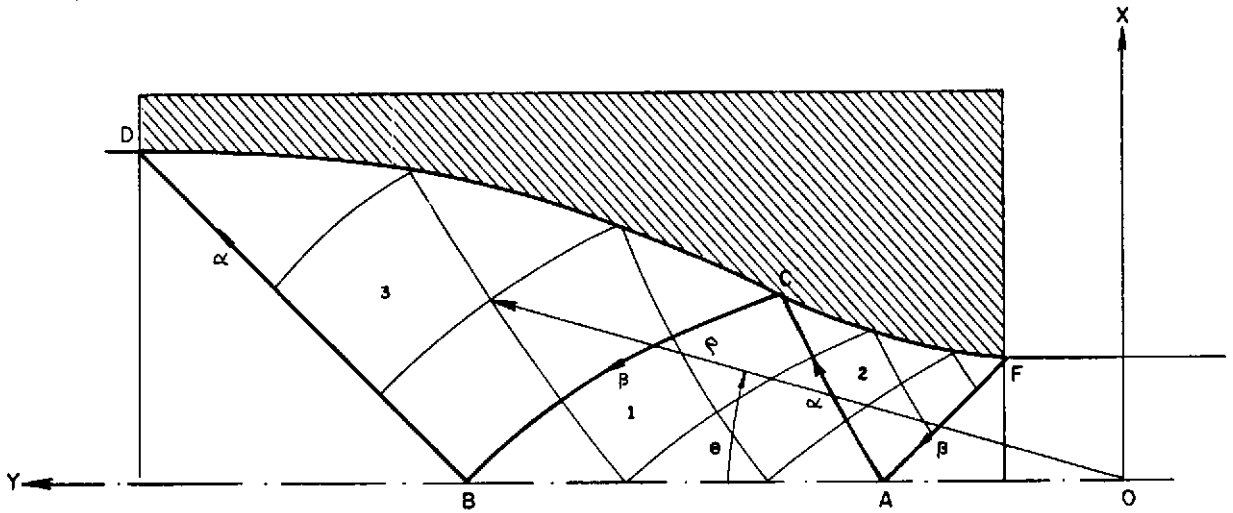


FIG. 16 - Perfil sigmoidal para a condição de  $r = r_{\max}$

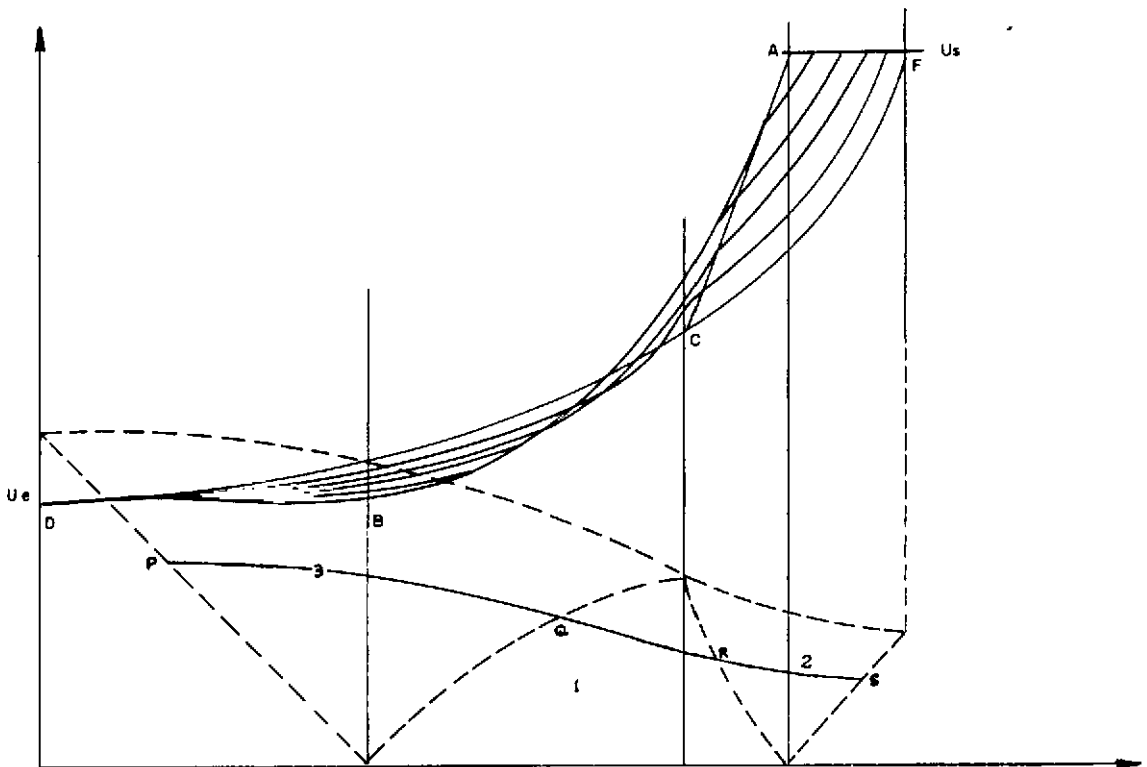


FIG.17 — Velocidade ao longo das linhas de corrente ( $r_{\max}$ )

## CAP. 5 - PARTE EXPERIMENTAL

## 5.1 - Generalidades

Em processos contínuos de deformação, tais como a extrusão, estiramento e laminação, a forma da região sob deformação é controlada pela forma das ferramentas de trabalho e permanece constante. Em tais problemas é possível obter campos de linhas de deslizamento e linhas de corrente que envolvem severa deformação.

Um método, de técnica simples, frequentemente utilizado para testar a solução teórica de um problema, consiste em comparar os modos teórico e real de deformação, procedimento utilizado neste trabalho.

O método consiste em seccionar o corpo de prova ao longo de um plano meridiano, inscrever um quadriculado em uma das faces internas antes de religar as metades, Alexander e Brewer<sup>9</sup> e Barva, Parker e Flowett<sup>10</sup>, e testar o espécime, sendo as metades posteriormente descoladas.

A maneira com que o reticulado, previamente constituido por pequenos quadrados, aparece distorcido dá uma indicação do modo de deformação durante o processo de trabalho. Se a deformação é perfeitamente homogênea, como por exemplo, em compressão na ausência de atrito, cada quadrado do reticulado deforma-se em um retângulo. Entretanto, usualmente a deformação não é homogênea, e neste caso os quadrados deformam-se em paralelogramos ou formas similares.

No estado plano de deformação a variação de forma de um quadriculado ao passar pelo campo de linhas de deslizamento pode ser calculado teoricamente. Para tanto é necessário determinar um gráfico do tempo  $t$  versus a distância  $s$  ao longo de uma linha de corrente. Conhecido o tempo que uma partícula situada em um nó do reticulado não deformado leva para chegar ao nó adjacente, pode-se determinar a distância percorrida pela partícula na zona plástica em iguais intervalos de tempo. Isto fornecerá a posição dos nós do reticulado deformado e por consequente, considerando-se um certo número de linhas de corrente, a completa deformação do reticulado. Pode-se escolher qualquer escala de tempo, e é conveniente tomar o tempo gasto por uma partícula para mover-se entre dois nós adjacentes no reticulado não deformado como unidade de tempo.

Como  $v = ds/dt$ , de modo que  $t = ds/v$ , basta simplesmente calcular a área sob a curva  $1/v$  versus  $s$  para determinar o tempo gasto para a-

tingir um dado tempo ao longo de uma linha de corrente.

No caso particular do perfil sigmoidal, a deformação teórica do reticulado para redução máxima conforme FIG. 18, foi calculado por De La Peña<sup>4</sup> de modo completamente analítico e sem necessidade de recursos gráficos. Isto porque as linhas de corrente conjuntamente com as linhas transversais de deformação, neste caso, formam uma configuração equiareal<sup>18 e 19</sup> analiticamente equacionada.

A FIG. 18 mostra a deformação teórica, onde a unidade de tempo foi tomada como  $t_0 = h_0/10 U_e$ .

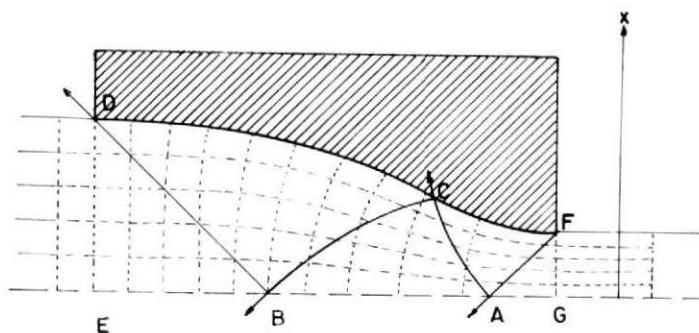


FIG. 18- Deformação do reticulado (max. redução)

## 5.2 - Instrumental Utilizado

### 5.2.1 - Matrizes e Punção

As matrizes selecionadas para os ensaios de extrusão estão mostradas na FIG. 19.

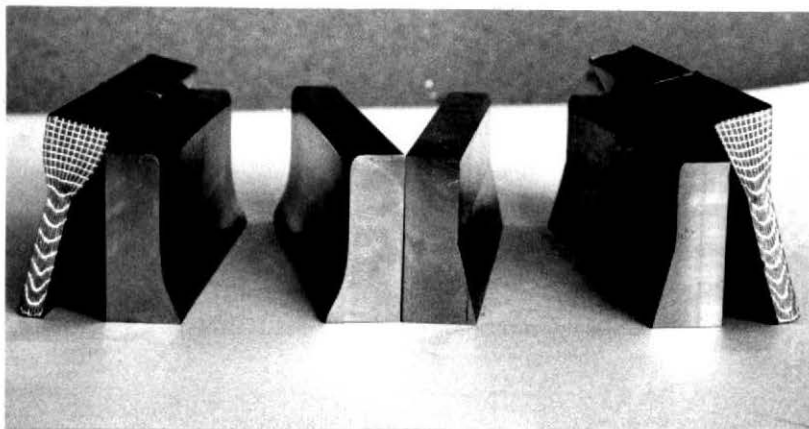


FIG. 19 - Matrizes utilizadas na extrusão

O perfil da matriz ideal sigmoidal para a condição de máxima redução, ou seja,  $h_0/h = e$  (base neperiana), foi determinado para um material de espessura de entrada  $h_0 = 19,0$  mm, fornecendo, conseqüentemente uma espessura de saída  $h = 7,0$  mm, e um comprimento de perfil de 25,0 mm, calculado conforme apêndice 2.

O perfil da matriz reta foi determinado para o mesmo comprimento e mesmas dimensões de entrada e saída anteriores.

Desta maneira, os resultados dos ensaios poderão ser utilizados diretamente para comparações reais entre os perfis das matrizes.

As matrizes foram construídas de aço duro (apêndice 1) com um acabamento de 2 a 3 microns-metro nas superfícies de trabalho para minimizar o atrito, e retificadas em todas as outras faces para uma melhor ajustagem no porta-matriz. O comprimento total  $L = 149,4$  mm das matrizes foi escolhido para acomodar duas meias-parte de 74,6 mm dos corpos de prova, com um reticulado inscrito em uma das interfaces, e para possibilitar mais adequadamente as condições de deformação plana, ou seja, para  $L/h_0 > 6$ , o que se verifica. As superfícies de trabalho com 50 mm de comprimento acomodam o comprimento do respectivo perfil de 25 mm e uma parte reta com os restantes 25 mm, que serve como guia para os corpos de prova.

O punção foi construído de aço duro (apêndice 1) com as suas superfícies de trabalho e de apoio retificadas, e com acabamento fino nas outras faces. Com as dimensões de 19,0 x 149,2 x 50,0 mm permitia, então, uma folga de ajustagem com a matriz de 0,1 mm em todas as interfaces. A altura do punção acomodava uma parte reta de 24 mm e uma parte inclinada de 26 mm. A primeira, como fator de segurança, permitia determinar o fim do processo de extrusão; a segunda como elemento de união, permitia um melhor apoio. O punção está mostrado nas FIGs. 21 e 22.

### 5.2.2 - Dispositivos Complementares

Para a realização dos testes de extrusão foi necessário fazer algumas adaptações na máquina de ensaios utilizada, FIG. 21.

A fixação das matrizes foi feita através de um porta-matriz, mostrado na FIG. 20, com abertura central para saída do material extrudado, constituído de sistema lateral de fixação das matrizes com duas pequenas peças retangulares de aço duro (apêndice 1) retificadas, para diminuir o atrito lateral; sistema para soltar as matrizes composto de uma peça retangular de

aço comum e dois furos passantes; e sistema de fixação composto de duas peças apropriadas de aço comum intermediárias, mostrado nas FIGs. 21 e 22, que permitiam a ajustagem longitudinal entre punção e matrizes, e de uma base, a mesma utilizada para ensaios de dobramento da máquina que permitia a ajustagem transversal entre punção e matrizes, também mostrada nas FIGs. 21 e 22a.

O punção foi aparafusado a uma peça apropriada de aço comum, que por sua vez se fixava ao suporte do punção utilizado para ensaios de dobramento conforme mostram as FIGs. 21 e 22.

### 5.2.3 - Aparelhagem

Os testes de extrusão foram realizados na máquina de ensaios marca Losenhausen, modelo U. H. P-60, FIG. 21, com velocidade constante de 0,2 mm/seg, utilizando-se das escalas de 12 e 30 toneladas, com divisões de 20 em 20 kgf e 50 em 50 kgf respectivamente.

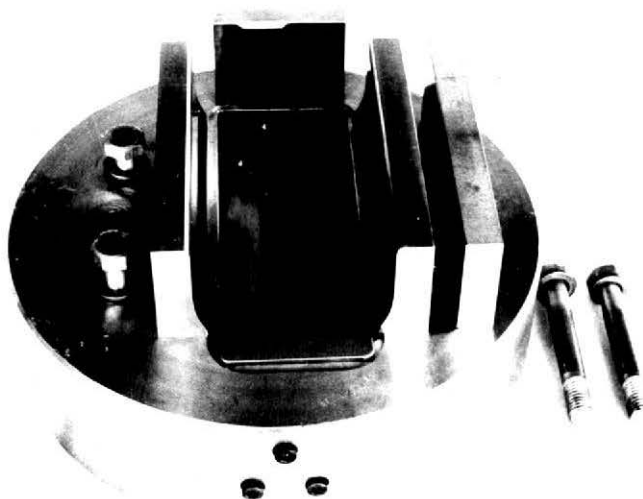


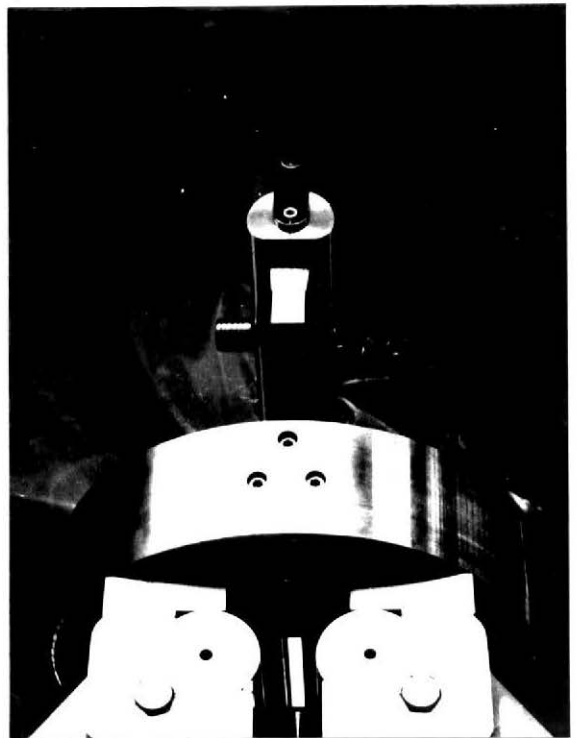
FIG. 20 - Porta-matriz



FIG. 21 - Máquina de Ensaio Utilizada



a)



b)

FIG. 22 - Vistas parciais do Esquema de Extrusão



### 5.3 - Materiais Ensaiaados e Lubrificantes

O chumbo puro e chumbo comercial foram escolhidos como materiais dos corpos de prova principalmente porque, além de apresentar baixas tensões de escoamento e pequena dureza, o que implicaria na construção das matrizes e punção de aço duro simplesmente, e requereria forças de extrusão relativamente baixas; se comportavam: o primeiro como um material isotrópico, rígido plástico e o segundo como um material anisotrópico com encruamento, conforme ensaios preliminares realizados pelo autor e explicitados no capítulo 3, itens 3.1.3 e 3.2.3 deste trabalho. Estas condições foram de grande interesse na verificação das performances das matrizes sigmoidal e reta, e na análise das influências da isotropia e encruamento nos processos de extrusão plana com as citadas matrizes.

Os corpos de prova todos com as mesmas dimensões, ou seja, 19,0 x 32,5 x 149,2 mm, foram seccionados em duas partes iguais de 74,6 mm, onde inscreveu-se em uma delas um reticulado com 1,8 mm quadrado e 0,3 mm de profundidade por meio de uma fresadora, num processo semelhante ao de Barya, Parker e Flowett<sup>10</sup>. O reticulado foi cuidadosamente preenchido com tinta óleo branca para visualizar melhor o modo de deformação.

Foram confeccionados também corpos de prova de chumbo puro pré-deformado em operação de compressão, para diferentes reduções, ou seja, 15, 30, 50 e 70%, com o objetivo de observar a influência do tamanho do grão no processo e das diferentes reduções na força de extrusão.

Todos os corpos de prova foram extraídos de um mesmo lingote e numa mesma direção (x).

A melhor técnica de lubrificação obtida na deformação plástica dos metais consiste na aplicação do lubrificante numa superfície áspera, Lancaster e Rowe<sup>20</sup>.

A prática adotada foi tornar ásperas as superfícies dos corpos de prova com a aplicação de papel lixa d'água nº 120 em diversas direções, eliminar as partículas remanescentes através de jatos de ar, e aplicar o lubrificante constituído de uma mistura de 15% de disulfeto de molibdênio (molykote) e 85% de estearato de sódio. Tal lubrificante foi o que apresentou os melhores resultados em ensaios de estiramento, Richmond e Devenpeck<sup>12</sup>. Utilizou-se também o molykote em pó para verificar a influência das condições de atrito nos processos de extrusão em análise.

#### 5.4 - Extrusão entre Matrizes de Perfil Sigmoidal e Reto

Estes ensaios, realizados na máquina de ensaio descrita no item 5.2.3 com uma velocidade constante de 0,2 mm/seg, com os dois tipos de chumbo selecionados, foram todos cuidadosamente preparados, primeiro com a limpeza das peças, seguida da montagem do porta-matriz, ajustagem e centragem com o punção e subsequente fixação.

Cada corpo de prova, inicialmente limpo com benzina teve suas superfícies principais e laterais de trabalho tornadas ásperas e em seguida lubrificadas conforme técnicas descritas no item 5.3. Após tal procedimento realizou-se o ensaio de extrusão até que um estado uniforme de deformação fosse obtido, fato que ocorria com a penetração do punção até o final de sua parte reta, onde, então, a máquina era desligada com a respectiva força de extrusão registrada, e a montagem desfeita retirando-se o corpo de prova deformado, para subsequente análise.

Com a matriz sigmoidal foram realizados vários ensaios, alguns com o lubrificante molykote em pó e os outros com a mistura de 15% de molykote e 85% de estearato de sódio. Nos dois casos foram utilizados corpos de prova de chumbo puro e chumbo comercial.

Com a matriz reta foram realizados alguns ensaios somente com o lubrificante molykote e estearato de sódio citado. Neste caso também foram utilizados corpos de prova de chumbo puro e chumbo comercial.

## CAP. 6 - RESULTADOS

Os resultados obtidos com as matrizes de perfil sigmoidal e de perfil reto, sob condições de deformação plana, estão mostrados na TABELA 1 e nas FIGs. 24 a 29. Na TABELA 1 foram registradas as forças de extrusão correspondentes aos ensaios realizados com cada material sob determinadas condições de estado (granulometria dos grãos) e de lubrificação. As FIGs. 24 a 29 mostram o modo de deformação dos reticulados dos corpos de prova de chumbo puro e chumbo comercial, correspondentes às diferentes condições de atrito e de estado do material.

A comparação entre as deformações do reticulado e as regiões plásticas observadas com a matriz sigmoidal e as previstas pela teoria são mostradas nas FIGs. 23 a 28. As linhas de corrente e a região plástica mostram boa concordância com a teoria, conforme se verificou nos ensaios realizados sob condições praticamente ideais de atrito, FIGs. 24 e 28, entretanto, as linhas transversais mostram considerável variação na região de saída da matriz, resultado verificado em todos os ensaios realizados, FIGs. 24 a 28.

Os lubrificantes utilizados deram resultados desejados. Com o molykote em pó o processo se comportava sob condições severas de atrito, fato verificado pela oscilação da carga na máquina de ensaio, provocada pela penetração do corpo de prova sob pequenos saltos, e pelas acentuadas inclinações das linhas transversais do reticulado deformado relativas aos contornos do perfil obtido, mostradas nas FIGs. 26b e 27b. Com a mistura de 15% de molykote e 85% de estearato de sódio o processo se comportava sob condições praticamente ideais de atrito, fato verificado pelo registro contínuo da carga da máquina, provocada pela penetração contínua e suave do corpo de prova; e pela quase perpendicularidade das linhas transversais do reticulado deformado relativa aos contornos do perfil obtido, mostradas nas FIGs. 24 e 28.

A FIG. 27b mostra o reticulado deformado em completa discordância com a teoria. O ensaio correspondente foi realizado sob condições bastante severas de atrito, resultantes da não aplicação da técnica de lubrificação utilizada nos ensaios, descrita no item 5.3, ou seja, na preparação do corpo de prova, o lubrificante foi somente pulverizado sobre o mesmo, sem, portanto, tornar a sua superfície áspera, e consequentemente permitir uma melhor ação do lubrificante, Lancaster e Rowe<sup>20</sup>.

CHUMBO PURO					
MATRIZ	CORPO DE PROVA	ESTADO DO MATERIAL	LUBRIFICANTE	CONDIÇÕES DE ENSAIO	FORÇA DE EXTRUSÃO
—	NÚMERO	—	—	—	F' (TON)
RETA	3	NATURAL	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	13,5
SIGMOIDAL	1	NATURAL	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	9,5
SIGMOIDAL	2	NATURAL	MOLYKOTE	ATRITO ACENTUADO	19,6
SIGMOIDAL	12	PRÉ-DEFORMADO (15%)	MOLYKOTE	ATRITO MUITO ACENTUADO	19,8
RETA	13	PRÉ-DEFORMADO (15%)	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	11,7
SIGMOIDAL	11	PRÉ-DEFORMADO (15%)	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	9,1
SIGMOIDAL	22	PRÉ-DEFORMADO (30%)	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	8,8
SIGMOIDAL	33	PRÉ-DEFORMADO (50%)	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	8,6
SIGMOIDAL	44	PRÉ-DEFORMADO (70%)	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	8,2
CHUMBO COMERCIAL					
SIGMOIDAL	2I	NATURAL	MOLYKOTE	ATRITO ACENTUADO	28,0
SIGMOIDAL	1I	NATURAL	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	14,6
RETA	3I	NATURAL	MOLYKOTE E ESTEARATO DE SÓDIO	PRATICAMENTE SEM ATRITO	21,0

TABELA 1 - Resultados dos Ensaio de Extrusão Plana

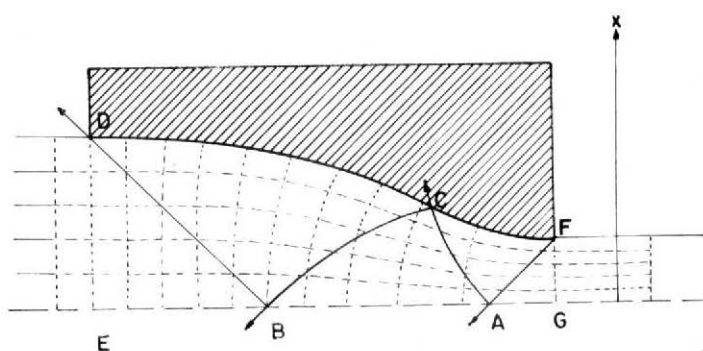
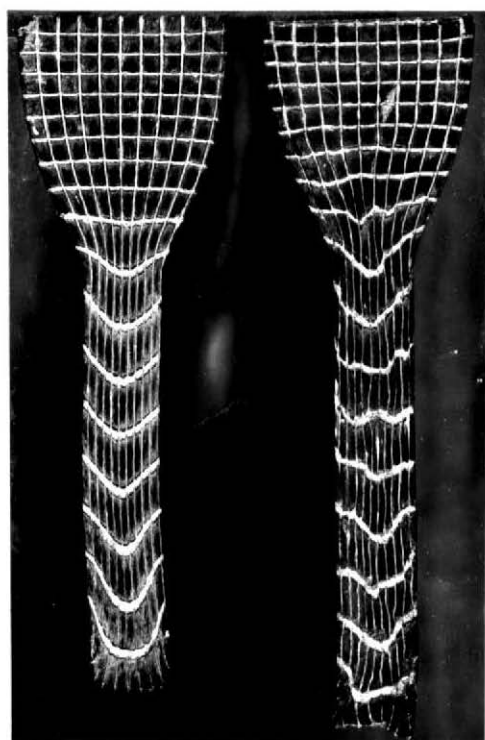


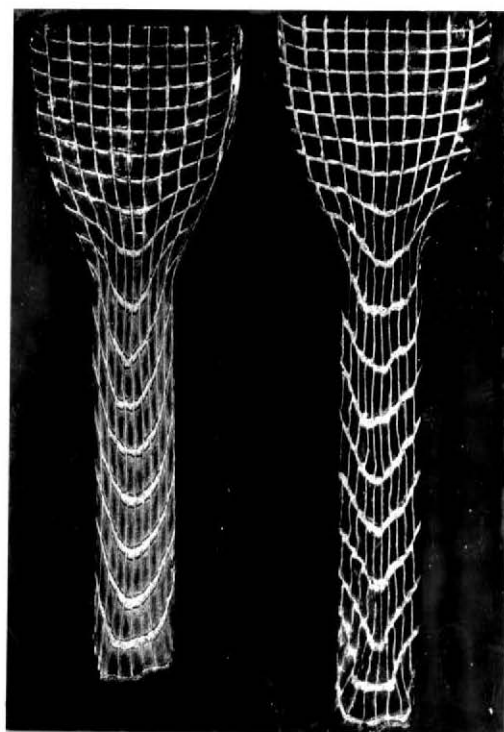
FIG. 23 Deformação teórica do reticulado



a)

b)

FIG. 24 - Deformação Experimental



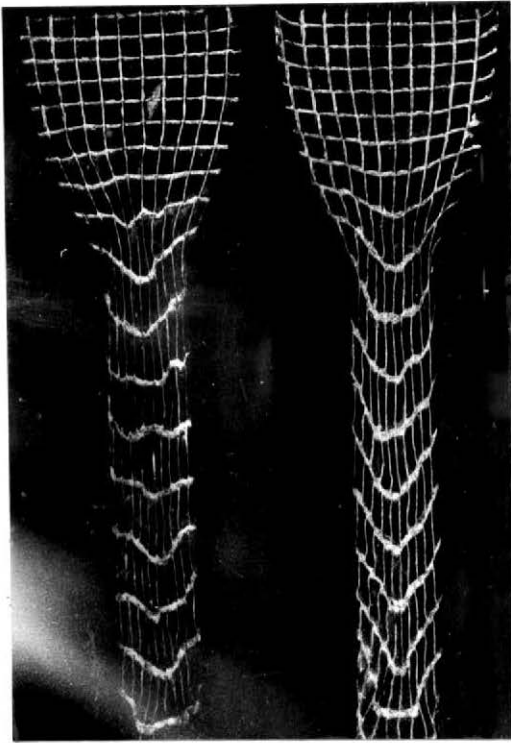
a)

b)

FIG. 25 - Deformação Experimental

a) Pb puro pré-deformado sem atrito  
b) Pb comercial natural sem atrito

a) Pb puro natural com atrito  
b) Pb comercial natural com atrito

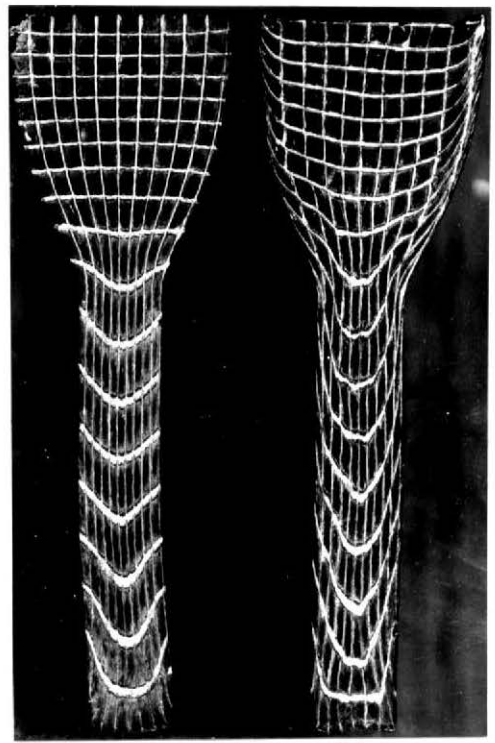


a)

b)

FIG. 26 - Deformação Experimental

a) Pb comercial natural sem atrito  
b) Pb comercial natural com atrito

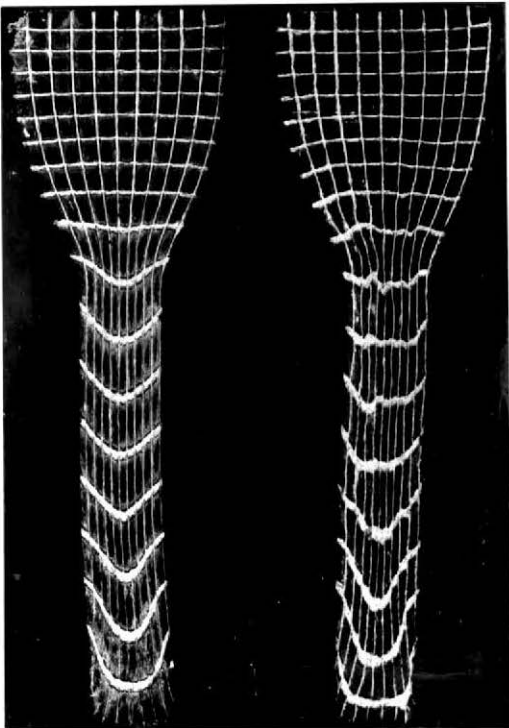


a)

b)

FIG. 27 - Deformação Experimental

a) Pb puro pré-deformado sem atrito  
b) Pb puro pré-deformado com atrito

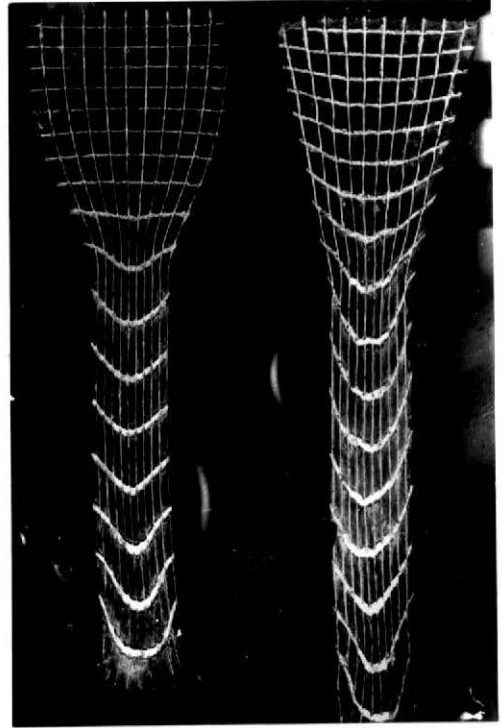


a)

b)

FIG. 28 - Deformação Experimental

a) Pb puro pré-deformado sem atrito  
b) Pb puro natural sem atrito



a)

b)

FIG. 29 - Deformação Experimental

a) Pb puro pré-deformado sem atrito  
b) Pb puro pré-deformado sem atrito

## CAP. 7 - DISCUSSÕES

## 7.1 - Preliminares

A análise da solução teórica obtida para a extrusão de barras entre matrizes de perfil sigmoidal é feita pela comparação com os resultados experimentais que revelam o comportamento real da operação. Esta análise revela a validade ou não das hipóteses feitas, tanto sobre o mecanismo de deformação como a respeito do comportamento plástico do material. Estas hipóteses nem sempre correspondem à realidade, como é o caso do comportamento plástico perfeito revelado pelo chumbo comercial.

Comparações com outros resultados experimentais, dados por diferentes autores, são também interessantes. Estas comparações podem servir como base para o julgamento dos resultados obtidos neste trabalho, nos pontos onde existe falta completa de informações práticas. As observações experimentais informam quase nada a respeito dos efeitos causados por fatores como atrito, e tipo de material (encruamento), a não ser algumas conclusões tiradas de modo qualitativo.

A maneira que parece mais lógica para o julgamento dos resultados obtidos é, sem dúvida, a da análise das influências paramétricas, uma vez que as informações teóricas e práticas são assim apresentadas. Dos principais parâmetros com influências no processo de extrusão de barra, serão considerados o tipo de material, o atrito entre as matrizes e a barra e a granulometria do material, uma vez que a redução e a velocidade de operação foram mantidas constantes. Estendeu-se as comparações entre os dois tipos de perfil apresentados, além de interessante análise de resultados apresentados pela viscoplasticidade<sup>21</sup>, e pelo aspecto do reticulado deformado.

## 7.2 - Influência do Tipo de Material (Encruamento)

A influência do encruamento no processo de extrusão plana é visualizada nas FIGs. 24 e 25. Para as mesmas condições de lubrificação, praticamente sem atrito, FIG. 24, e com o mesmo atrito, FIG. 25, obteve-se para o chumbo puro, material isotrópico com encruamento desprezível, e para o chumbo comercial, material com encruamento e pequena anisotropia, ambos caracterizados em ensaios preliminares, item 3.2.3; configurações semelhantes do reticulado deformado, com acentuadas discrepâncias na região de saída da matriz, indicando que a característica do escoamento em tais processos não depende do en-

cruamento do material, mas mais das condições de contorno, Malvern<sup>15</sup>.

A falta de encruamento do chumbo puro e o encruamento do chumbo comercial, Van Vlack<sup>22</sup> e Metals Handbook<sup>23</sup>, provavelmente são consistentes com a hipótese de que para o chumbo puro o trabalho tenha sido realizado a quente e para o chumbo comercial a frio, resultando em recristalização durante o trabalho no 1º caso, e encruamento no 2º.

Para esclarecer definitivamente este ponto, recomendar-se-iam experiências variando a temperatura, por exemplo, entre -80°C até 600°C. Desta forma poder-se-ia comparar o comportamento de um material rígido-plástico com um material apresentando encruamento, utilizando o mesmo material a temperaturas diferentes.

As deformações do reticulado obtidas com os dois tipos de materiais, para condições praticamente ideais de atrito, indicam que as discrepâncias observadas na região de saída da matriz são inerentes ao processo de extrusão, e que a sua dependência com o encruamento do material não é válida, contrastando com a justificação de outros autores dada para tais discordâncias, como a de Richmond e Devenpeck<sup>12</sup>.

Richmond e Devenpeck<sup>12</sup> ensaiando alumínio 2S recozido, material isotrópico e encruado, sob condições praticamente ideais de atrito, obtiveram configurações semelhantes às obtidas pelo autor, também com discordâncias bastante acentuadas na região de saída da matriz, FIG. 30.

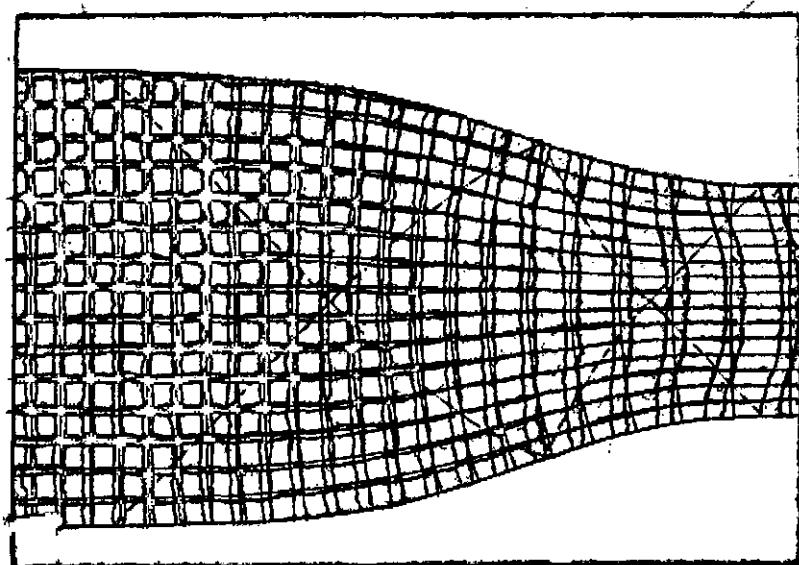


FIG. 30 - Comparação entre as deformações teóricas e experimentais do reticulado no caso do perfil sigmoidal (Richmond e Devenpeck)



A característica de material encruado do chumbo comercial é observada pela comparação dos corpos de prova números 1 e 11, 2 e 21 e 3 e 31 da TABELA 1, onde se constata, para condições idênticas de lubrificação, forças de extrusão maiores para os ensaios realizados com o chumbo comercial.

### 7.3 - Influência do Atrito

A influência do atrito é visualizada nas FIGs. 26 e 27. Para o chumbo puro sob condições praticamente ideais, FIG. 27a, e muito severas de atrito, FIG. 27b, observou-se acentuadas discrepâncias das linhas transversais do reticulado, na região de saída da matriz, e significantes alterações das mesmas linhas, somente sob a condição mais desfavorável, indicando que a influência do atrito é um fator importante no processo em análise, provocando significativas alterações na deformação do reticulado, embora tal influência não fosse a responsável pelo aspecto do mesmo na região de saída da matriz.

Para o chumbo comercial sob condições praticamente ideais, FIG. 26a, e menos severas de atrito, FIG. 26b, observou-se também acentuadas discrepâncias das linhas transversais do reticulado na região de saída, e pequenas alterações das mesmas linhas, somente sob a condição mais desfavorável, indicando que o atrito tem atuação localizada, não modificando o aspecto do reticulado na região de saída da matriz.

Embora os processos de conformação, e no caso o de extrusão, sob condições de lubrificação, são sempre acompanhados de coeficientes de atrito que não são pequenos, Johnson<sup>3</sup>, além da não constância do coeficiente de atrito ao longo das superfícies de contacto material-matriz, a influência do atrito é localizada nas regiões de contacto peça-material, fato evidenciado pela não modificação do aspecto das linhas transversais do reticulado na região de saída da matriz, mesmo sob condições acentuadas de atrito.

A influência do atrito no processo de extrusão realizado é observada pela comparação dos corpos de prova números 1 e 2, 11 e 12 e 11 e 21 da TABELA 1, onde se constata, para os mesmos materiais, forças de extrusão bem maiores para os ensaios realizados somente com o lubrificante molykote.

### 7.4 - Influência da Granulometria

A influência da granulometria é visualizada nas FIGs. 24 e 28.

Os materiais de granulometria grosseira, FIG. 10, praticamen

te não tem influências significantes sobre a deformação do reticulado, FIGS. 24b e 28b.

Os materiais pré-deformados, FIG. 11, apresentam um reticulado com deformações uniformes, indicando a conveniência de sua utilização, FIG. 28a.

A influência da granulometria é observada pela comparação de forças necessárias para extrudar os corpos de prova números 1, 11, 22, 33 e 44 da TABELA 1, onde se constata que quanto maior a pré-deformação sofrida pelo material, menor a força de extrusão necessária.

#### 7.5 - Influência do Tipo de Perfil da Matriz

A influência do tipo de perfil da matriz é visualizada na FIG. 29. Constata-se igualmente, para o perfil reto, FIG. 29b, as discrepâncias das linhas transversais do reticulado na região de saída da matriz.

A matriz de perfil sigmoidal apresentou uma performance bem melhor do que a de perfil reto, confirmando a sua condição de máxima eficiência, conforme estabelecido por Richmond e Devenpeck<sup>5</sup>, e constatado também pelos mesmos autores<sup>12</sup>. Tal fato é evidenciado pela comparação dos corpos de prova números 3 e 1, 13 e 11 e 3I e 1I da TABELA 1, sob mesmas condições de ensaio, onde se constata forças de extrusão muito menores para os ensaios realizados com a matriz sigmoidal.

#### 7.6 - Influência do Campo de Velocidade

As discordâncias do reticulado na região de saída da matriz, mesmo para o material ideal, chumbo puro, e sob condições praticamente ideais de atrito, FIG. 24a, revelam que o campo de velocidade  $u = v$  proposto para as linhas de deslizamento  $\alpha$  e  $\beta$  respectivamente não correspondem à realidade.

Tal fato se esclarece melhor pela análise do trabalho de Medrano e Gillis<sup>21</sup>, realizado em viscoplasticidade.

Medrano e Gillis<sup>21</sup>, realizando ensaios de extrusão, computaram as posições das linhas transversais, a partir das posições experimentais das linhas axiais, por meio de polinômios de 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> ordem respectivamente, determinando para as linhas transversais um modo de deformação consistente, bem próximo ao obtido experimentalmente, FIG. 31, caracterizando as supostas discrepâncias das linhas transversais, na região de saída da matriz, como resultados normais, portanto, consistentes.

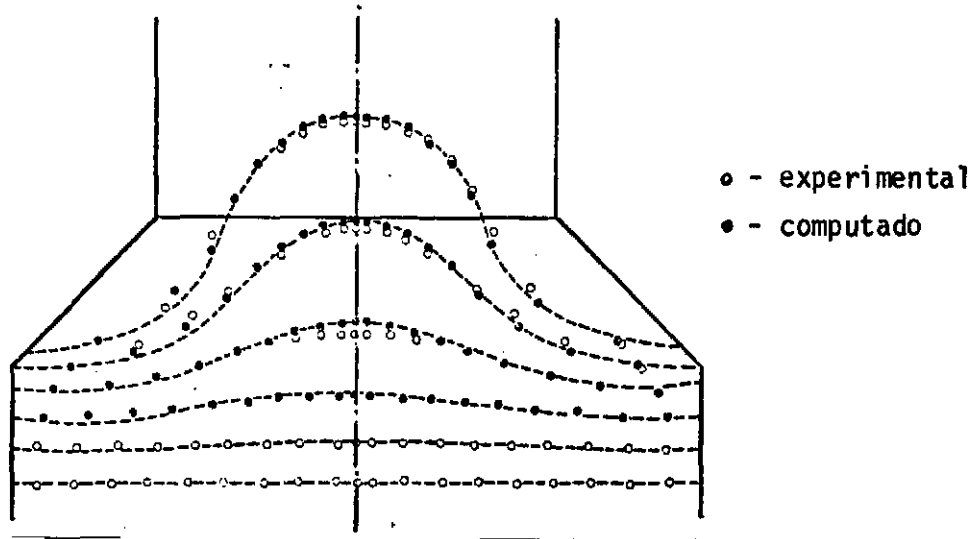


FIG. 31 - Comparação das posições experimentais das linhas transversais com as computadas a partir das linhas axiais através de análises da função de escoamento. ( Medrano e Gillis )

## CAP. 8 - CONCLUSÕES

Com base nas discussões anteriores, CAP. 7, conclui-se que:

- 1 - A característica de escoamento nos processos de extrusão plana não depende do encruamento do material;
- 2 - A influência do atrito nos processos de extrusão plana é localizada nas regiões de contacto peça-material, não modificando o aspecto da deformação do reticulado na região de saída da matriz;
- 3 - O lubrificante mistura de 15% de molvkote e 85% de estearato de sódio, finamente divididos, apresentou excelentes resultados nos ensaios de extrusão, realizados com o chumbo puro e chumbo comercial, tornando-os praticamente sob condições ideais de atrito;
- 4 - Os materiais pré-deformados apresentam deformações uniformes;
- 5 - Quanto mais acentuada for a pré-deformação, menor a força de extrusão necessária;
- 6 - A matriz de perfil sigmoidal requer forças de extrusão bem menores do que a de perfil reto, para as mesmas condições de ensaio, confirmando a sua condição de melhor performance (máxima eficiência);
- 7 - O campo de velocidade proposto  $u = v$  para as linhas de deslizamento não corresponde à realidade; e
- 8 - As discrepâncias observadas pelas linhas transversais do reticulado, na região de saída da matriz, são resultados inerentes ao processo de extrusão, portanto, normais e consistentes.

RELACÃO DOS SÍMBOLOS USADOS

Símbolo	Dimensão	Definição
$a, b$	-	Constantes sobre $\alpha$ e $\beta$ respectivamente.
$b'$	L	Largura do punção.
$F$	F	Força de compressão.
$F'$	F	Força de extrusão.
$h_0$	L	Espessura inicial da barra.
$h$	L	Espessura final da barra.
$L$	L	Comprimento da matriz.
$k$	$FL^{-2}$	Tensão de escoamento em cisalhamento puro.
$p$	$FL^{-2}$	Pressão hidrostática.
$p_0$	$FL^{-2}$	Valor de $p$ ao longo da linha de saída $\beta$ .
$r$	-	Redução.
$S_x, S_y, S_z$	$FL^{-2}$	Componentes normais genéricas do tensor desviador de tensões.
$U_e$	$LT^{-1}$	Velocidade de entrada da barra.
$U_s$	$LT^{-1}$	Velocidade de saída da barra.
$u, v$	$LT^{-1}$	Velocidade ao longo das linhas de deslizamento.
$V$	$LT^{-1}$	Velocidade resultante de $(u, v)$ .
$w$	L	Largura da chapa.
$\alpha, \beta$	-	Linhas de deslizamento (Slip-lines).
$\delta$	-	Deformação real.
$\Delta h$	L	Variação de espessura.
$\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y$	$T^{-1}$	Componentes normais genéricas do tensor de deformação.
$\lambda$	-	Constante instantânea não negativa.
$\theta$	-	Orientação anti-horária da direcção de $\sigma_1$ em relação à direcção positiva $O_x$ .
$\sigma_0$	$FL^{-2}$	Tensão limite de resistência longitudinal em tensão uniaxial.
$\sigma'$	$FL^{-2}$	Tensão real.
$\sigma_1, \sigma_2$	$FL^{-2}$	Tensões principais.
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	$FL^{-2}$	Componentes do tensor de tensões num sistema de coordenadas cartesianas.
$\phi$	-	Orientação anti-horária da linha $\alpha$ em relação à direcção positiva $O_x$ .

## R E F E R Ê N C I A S   B I B L I O G R Á F I C A S

- 1 - PEARSON, C. E. e PARKINS, R. N. - "Extrusion of Metals" - Chapman & Hall Ltd., London, 1961.
- 2 - JOHNSON, W. e MELLOR, P. B. - "Plasticity for Mechanical Engineers" - D. Van Nostrand Company Ltd., London, 1962.
- 3 - JOHNSON, W. - "Experiments in Plane-Strain Extrusion" - J. Mech. Phys. Solids, vol.4, 1956, pág. 269-282.
- 4 - DE LA PENHA, G. - "Método de Solução de Problemas no Estado Plano de Deformação Plástica" - Coppe-UFRJ, publicação nº 5.69, 1969.
- 5 - RICHMOND, O. e DEVENPECK, M. L. - "A Die Profile for Maximum Efficiency in Strip Drawing" - Pro. Fourth U.S. Natl. Congr. Appl. Mech., vol.2, 1962, pág. 1053-1057.
- 6 - HILL, R. - "The Mathematical Theory of Plasticity" - Oxford University Press, London, 1967.
- 7 - PRAGER, W. - "A Geometrical Discussion of the Slip Line Field in Plane Plastic Flow" - Trans. Roy. Inst. Tech., nº 65, 1953, Estocolmo.
- 8 - HILL, R. e TUPPER, S. J. - "A New Theory of the Plastic Deformation in Wire Drawing" - J. Iron Steel Ind., vol.159 parte 4, 1948, pág. 353-359.
- 9 - ALEXANDER, J. M. e BREWER, R. C. - "A New Technique for Engraving and Measuring Grids in Experimental Plasticity" - J. Mech. Phys. Solids, vol.8, 1960, pág. 76-78.
- 10 - BARYA, G. L., PARKER, J. e FLOWETT, J. W. - "Mechanical and Photographic Process for Producing a Grid or Lines" - Int. J. Mech. Sci., vol.5, 1963, pág. 365-367.
- 11 - GREEN, A. P. - "The Use of Plasticine to Simulate the Plastic Flow of Metals" - Phil. Mag., Ser.7, vol.42, 1951, pág. 365-375.
- 12 - RICHMOND, O. e DEVENPECK, M. L. - "Strip Drawing Experiments with a Sigmoidal Die Profile" - J. Eng. Ind., Trans. A.S.M.E., Ser.B, vol.87, 1965,

pág. 425-428.

- 13 - LOIZOU, N. e SIMS, R. B. - "Yield Stress of Pure Lead in Compression"- J. Mech. Phys. Solids, vol.1, 1953, pag. 234-240.
- 14 - CALLADINE, C. R. - "Engineering Plasticity" - Pergamon Press, London, 1969.
- 15 - MALVERN, L. E. - "Introduction to the Mechanics of Continuos Medium" - Prentice-Hall, Inc., N. Y., 1965.
- 16 - HILL, R. - "On the Limits Set by Plastic Yielding to the Intensity of Singularities of Stress" - J. Mech. Phys. Solids, vol.2, 1954, pag. 278 - 285.
- 17 - NADAI, A. - "Theory of Flow and Fracture of Solids" - Mc Graw Hill, N. Y., 1950.
- 18 - SADOWSKY, M. A. - "Equiareal Pattern of Stress Trajectories in Plane Plastic Strain" - J. Appl. Mech., vol.8, 1941, pag. A.74-A.76.
- 19 - SADOWSKY, M. A. - "Equiareal Patterns" - Am. Math. Monthly, vol.50, 1943, pag. 35-40.
- 20 - LANCASTER, P.R. e ROWE, G. W. - "The Lubrification of Metals Sustaining Major Plastic Deformation (Part VI)" - Tube Investment Research Laboratories Report nº 75, Hinxton Hall, 1959, Cambridge.
- 21 - MEDRANO, R. E. e GILLIS, P. P. - "Visioplasticity Techniques in Axisymmetric Extrusion" - J. of Strain Analysis, vol.7 nº3, 1972, pag. 170-177.
- 22 - VAN VLACK, L. H. - "Princípios de Ciência dos Materiais" - Editora Edgard Blucher Ltda., São Paulo, 1970.
- 23 - METALS HANDBOOK - "Properties and Selection of Metals" - Vol 1, 8<sup>th</sup> Edition, 1964, pag. 1062-1070.

A P E N D I C E 1

## Composição Química dos Materiais Ensaídos

A composição química do chumbo puro e chumbo comercial realizada pelo Instituto Nacional de Tecnologia, Guanabara, apresentou os seguintes resultados:

Chumbo puro:	Pb - 99,99%
	<div> <div> <div>Sn - 0,28%</div> <div>Sb - 0,91%</div> <div>Fe - }</div> <div>Cu - }</div> <div>Mg - }</div> <div>Bi - }</div> <div>As - }</div> <div>Pb - 98,70%</div> </div> <div> <div>traços espectrográficos &lt;0,1%</div> </div> </div>
Chumbo comercial:	

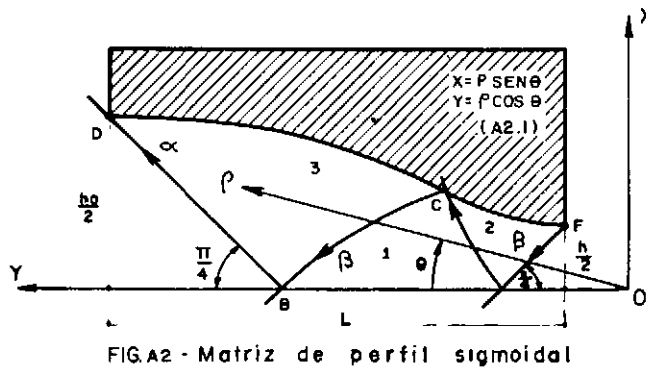
Material Empregado na Confecção das Matrizes, Punção e Complementos

Material empregado: VC 131 da Villares



A P E N D I C E    2

Determinação do Comprimento da Matriz Sigmoidal para a Condição de Máxima Redução:



Conforme item 4.4, páginas 18 e 19, os raios vetores dos pontos A e B, FIG. A 2, valem respectivamente (Richmond e Devenpeck<sup>5</sup>):

$$\rho_A = \frac{h}{\ln h_0/h}$$

$$\rho_B = \frac{h_0}{\ln h_0/h}$$

Para a condição de máxima redução:  $h_0/h = e$ , portanto:

$$\rho_A = h \quad e \quad \rho_B = h_0 \quad (A2.2)$$

A partir das relações (A2.1) e (A2.2) as coordenadas cartesianas dos pontos A, B, D e F, FIG. A 2, são determinados facilmente, e resultam:

$$A = (0, h)$$

$$B = (0, h_0)$$

$$D = \left( \frac{h_0}{2}, \frac{3h_0}{2} \right)$$

$$F = \left( \frac{h}{2}, \frac{h}{2} \right)$$

Portanto, o comprimento  $L$  da matriz sigmoidal vale:

$$L = h_0 + \frac{h_0}{2} - \frac{h}{2} \quad . \quad .$$

$$L = \frac{3h_0 - h}{2} \quad (A2.3)$$

Como os corpos de prova tinham:  $h_0 = 19,0$  mm, consequentemente  $h = 7,0$  mm, pois  $h_0/h = e$ , portanto, de (A2.3) obtem-se:

$$L = \frac{3 \times 19,0 - 7,0}{2} = 50,0 \text{ mm}$$